

Exponentialgleichungen

70 Exponentialgleichungen mit Ergebnissen
und ausführlichen Lösungsweg

7.technisch verbesserte Auflage vom 10.09.2007
(Sonderzeichen wurden teilweise nicht angezeigt)

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

1. Exponentialgleichungen mit 2 Summanden (davon 1 Absolutglied) die durch Exponentenvergleich gelöst werden sollen:

1a) $10^x=100$	$L=\{2\}$	1b) $2^x=32$	$L=\{5\}$
1c) $5^x=125$	$L=\{3\}$	1d) $3^x=81$	$L=\{4\}$
1e) $5^{x-1}=25$	$L=\{3\}$	1f) $3^{x+5}=9$	$L=\{-3\}$
1g) $2^{x+5}=64$	$L=\{1\}$	1h) $32^{x-7}=1024$	$L=\{9\}$
1i) $4^{2x}=8$	$L=\{\frac{3}{4}\}$	1k) $9^{2x+2}=27$	$L=\{-\frac{1}{4}\}$
1m) $25^{x+2}=125$	$L=\{-\frac{1}{2}\}$	1n) $8^{2x}=16$	$L=\{\frac{2}{3}\}$

2. Exponentialgleichungen mit 2 Summanden (davon 1 Absolutglied) die durch Logarithmieren gelöst werden sollen:

Für die Musterlösungen wurde der 10er Logarithmus verwendet :

2a) $16^{x-5}=5$	$L=\{5.580482\}$	2b) $16^{x-3}=40$	$L=\{4.330482\}$
2c) $64^{x-5}=40$	$L=\{5.886988\}$	2d) $25^{x+2}=128$	$L=\{0.492632\}$
2e) $64^{x+3}=125$	$L=\{-1.839036\}$	2f) $5^{x+1}=512$	$L=\{2.876089\}$
2g) $2^{x-10}=3125$	$L=\{21.60964\}$	2h) $16^{x+1}=50$	$L=\{0.410964\}$
2i) $100^{x+1}=128$	$L=\{0.0536049\}$	2k) $100^{x-2}=5$	$L=\{2.349485\}$
2m) $512^{x+1}=625$	$L=\{0.031968\}$	2n) $50^x=2048$	$L=\{1.949022\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

3. Exponentialgleichungen mit zwei Summanden (kein Absolutglied)
die durch **Exponentenvergleich** gelöst werden sollen:

3a) $2^{3x} = 2^{x+8}$	$L = \{4\}$	3b) $7^{x+5} - 7^{6x} = 0$	$L = \{1\}$
3c) $10^{2x+30} = 100^{6x}$	$L = \{3\}$	3d) $2^{x+9} = 16^x$	$L = \{3\}$
3e) $2^{12x} = 8^{x+15}$	$L = \{5\}$	3f) $3^{4x} = 9^{x+2}$	$L = \{2\}$
3g) $4^{x+1} = 8^{x-1}$	$L = \{5\}$	3h) $25^{x+1} = 125^{x-1}$	$L = \{5\}$
3i) $9^{x+2} = 27^{x-1}$	$L = \{7\}$	3k) $4^{3x+1} = 8^{x+2}$	$L = \left\{\frac{4}{3}\right\}$

4. Exponentialgleichungen mit zwei Summanden (kein Absolutglied)
die durch **Logarithmieren** gelöst werden sollen:

4a) $4^{x+1} = 8^{x-1}$	$L = \{5\}$	4b) $32^{x-1} = 4^{2x}$	$L = \{5\}$
4c) $32^{2x-1} = 4^{x+2}$	$L = \{1.125\}$	4d) $64^{x-2} = 2^{2x}$	$L = \{3\}$
4e) $125^{x-2} = 25^{x+1}$	$L = \{8\}$	4f) $128^{x-4} = 2^{3x}$	$L = \{7\}$
4g) $32^{x+1} = 16^{x-1}$	$L = \{-9\}$	4h) $512^{x-1} = 16^{2x}$	$L = \{9\}$
4i) $128^{2x+2} = 16^{x-5}$	$L = \{-3.4\}$	4k) $1024^{x-3} = 2^{4x}$	$L = \{5\}$
4m) $64 \cdot 8^x = 256^x \cdot 2^{-x}$	$L = \{1.5\}$	4n) $32 \cdot 2^x = 64^x \cdot 16^{-x}$	$L = \{5\}$
4o) $64 \cdot 2^{x+9} = 4^{x+2} \cdot 8^{x+1}$	$L = \{2\}$	4p) $1024 \cdot 32^{x+1} = 4^{x+3} \cdot 16^{x+2}$	$L = \{1\}$
4q) $8 \cdot 4^{x+3} = 16^{x+1} \cdot 8^{x+2}$	$L = \{-0.2\}$	4r) $32 \cdot 16^{x+1} = 8^{x+2} \cdot 4^{x+4}$	$L = \{-5\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

5. Exponentialgleichungen mit drei Summanden (davon 1 Absolutglied)

Hinweise zum Lösungsweg und Schwierigkeitsgrad:

Aufgabe a bis d: Durch Substitution und Binomische Formeln lösbar.

Aufgabe e bis h: Durch Substitution und Lösungsformel für quadratische Gleichungen lösbar

Aufgabe i bis n: Als zusätzliche Schwierigkeit treten im Exponenten auch Summen auf.

Die Lösung erhält man durch Substitution und Anwenden des 2. Binoms

5a) $2^{6x} - 4 \cdot 2^{3x} + 4 = 0$ $L = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$

5b) $20^{2x} - 40 \cdot 20^x + 400 = 0$ $L = \{1\}$

5c) $5^{4x} - 10 \cdot 5^{2x} + 25 = 0$ $L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

5d) $2^{8x} - 16 \cdot 2^{4x} + 64 = 0$ $L = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$

5e) $5^{4x} - 30 \cdot 5^{2x} + 125 = 0$ $L = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$

5f) $4^{6x} - 18 \cdot 4^{3x} + 32 = 0$ $L = \left\{ \frac{1}{6}; \frac{2}{3} \right\}$

5g) $2^{6x} - 80 \cdot 2^{3x} + 1024 = 0$ $L = \left\{ 2; \frac{4}{3} \right\}$

5h) $8^{4x} - 12 \cdot 8^{2x} + 32 = 0$ $L = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{1}{2} \right\}$

5i) $2^{4x} - 2^{2x+6} + 1024 = 0$ $L = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$

5k) $5^{6x} - 2 \cdot 5^{3x+3} + 15625 = 0$ $L = \{1\}$

5m) $5^{8x+1} - 2 \cdot 5^{4x+3} + 3125 = 0$ $L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

5n) $2^{6x+1} - 2^{3x+8} + 8192 = 0$ $L = \{2\}$

6. Exponentialgleichungen mit drei Summanden (davon 1 Absolutglied), wobei die variablen Glieder unterschiedliche Basen haben:

6a) $16^x - 512 \cdot 2^{2x} + 65536 = 0$ $L = \{4\}$

6b) $5^{6x} - 50 \cdot 125^x + 625 = 0$ $L = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

6c) $4^{5x} - 32^{x+1} + 256 = 0$ $L = \left\{ \frac{4}{5} \right\}$

6d) $25^{10x} - 2 \cdot 5^{10x+2} + 625 = 0$ $L = \left\{ \frac{1}{5} \right\}$

6e) $2^{8x+1} - 4^{2x+5} + 131072 = 0$ $L = \{2\}$

6f) $25^{4x+1} - 2 \cdot 5^{4x+4} + 15625 = 0$ $L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 1 a

Gegeben:

$$10^x = 100$$

Lösungsweg:

$$10^x = 100$$

$$\text{Rechte Seite: } 100 = 10^2$$

$$10^x = 10^2$$

Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$x = 2$$

Lösung: $L = \{2\}$

Lösung zu 1 b

Gegeben:

$$2^x = 32$$

Lösungsweg:

$$2^x = 32$$

$$\text{Rechte Seite: } 32 = 2^5$$

$$2^x = 2^5$$

Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$x = 5$$

Lösung: $L = \{5\}$

Lösung zu 1 c

Gegeben:

$$5^x = 125$$

Lösungsweg:

$$5^x = 125$$

$$\text{Rechte Seite: } 125 = 5^3$$

$$5^x = 5^3$$

Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$x = 3$$

Lösung: $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 1 d

Gegeben:

$$3^x = 81$$

Lösungsweg:

$$3^x = 81 \quad | \quad \text{Rechte Seite: } 81 = 3^4$$

$$3^x = 3^4 \quad | \quad \text{Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich}$$

$$x = 4$$

Lösung: $L = \{4\}$

Lösung zu 1 e

Gegeben:

$$5^{x-1} = 25$$

Lösungsweg:

$$5^{x-1} = 25 \quad | \quad \text{Rechte Seite: } 25 = 5^2$$

$$5^{x-1} = 5^2 \quad | \quad \text{Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich}$$

$$x - 1 = 2 \quad | \quad +1$$

$$x = 3$$

Lösung: $L = \{3\}$

Lösung zu 1 f

Gegeben:

$$3^{x+5} = 9$$

Lösungsweg:

$$3^{x+5} = 9 \quad | \quad \text{Rechte Seite: } 9 = 3^2$$

$$3^{x+5} = 3^2 \quad | \quad \text{Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich}$$

$$x + 5 = 2 \quad | \quad -5$$

$$x = -3$$

Lösung: $L = \{-3\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 1g

Gegeben:

$$2^{x+5} = 64$$

Lösungsweg:

$$2^{x+5} = 64 \quad | \quad \text{Rechte Seite: } 64 = 2^6$$

$$2^{x+5} = 2^6 \quad | \quad \text{Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich}$$

$$x + 5 = 6 \quad | \quad -5$$

$$x = 1$$

Lösung: $L = \{1\}$

Lösung zu 1h

Gegeben:

$$32^{x-7} = 1024$$

Lösungsweg:

$$32^{x-7} = 1024 \quad | \quad \text{Rechte Seite: } 1024 = 32^2$$

$$32^{x-7} = 32^2 \quad | \quad \text{Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich}$$

$$x - 7 = 2 \quad | \quad +7$$

$$x = 9$$

Lösung: $L = \{9\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 1 i

Gegeben:

$$4^{2x} = 8$$

Lösungsweg:

$$4^{2x} = 8 \quad | \text{ Linke Seite : } 4 = 2^2$$

$$(2^2)^{2x} = 8 \quad | \text{ Rechte Seite : } 8 = 2^3$$

$$(2^2)^{2x} = 2^3 \quad | \text{ Potenzgesetz anwenden: } (a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

$$2^{4x} = 2^3 \quad | \text{ Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich}$$

$$4x = 3 \quad | :4$$

$$x = \frac{3}{4}$$

Lösung: $L = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$

Lösung zu 1 k

Gegeben:

$$9^{2x+2} = 27$$

Lösungsweg:

$$9^{2x+2} = 27 \quad | \text{ Linke Seite : } 9 = 3^2$$

$$(3^2)^{2x+2} = 27 \quad | \text{ Rechte Seite : } 27 = 3^3$$

$$(3^2)^{2x+2} = 3^3 \quad | \text{ Potenzgesetz anwenden: } (a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

$$3^{2(2x+2)} = 3^3 \quad | \text{ Exponent vereinfachen}$$

$$3^{4x+4} = 3^3 \quad | \text{ Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich}$$

$$4x + 4 = 3 \quad | -4$$

$$4x = -1 \quad | :4$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

Lösung: $L = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 1m

Gegeben:

$$25^{x+2} = 125$$

Lösungsweg:

$$25^{x+2} = 125$$

Linke Seite: $25 = 5^2$

$$(5^2)^{x+2} = 125$$

Rechte Seite: $125 = 5^3$

$$(5^2)^{x+2} = 5^3$$

Potenzgesetz anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$5^{2(x+2)} = 5^3$$

Exponenten vereinfachen

$$5^{2x+4} = 5^3$$

Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$2x + 4 = 3$$

-4

$$2x = -1$$

$:2$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Lösung: $L = \{-\frac{1}{2}\}$

Lösung zu 1n

Gegeben:

$$8^{2x} = 16$$

Lösungsweg:

$$8^{2x} = 16$$

Linke Seite: $8 = 2^3$

$$(2^3)^{2x} = 16$$

Rechte Seite: $16 = 2^4$

$$(2^3)^{2x} = 2^4$$

Potenzgesetz anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$2^{3 \cdot 2x} = 2^4$$

Exponent vereinfachen

$$2^{6x} = 2^4$$

Satz anwenden: Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$6x = 4$$

$:6$

$$x = \frac{4}{6}$$

Bruch kürzen

$$x = \frac{2}{3}$$

Lösung: $L = \{\frac{2}{3}\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2a

Gegeben:

$$16^{x-5} = 5$$

Lösungsweg:

$$16^{x-5} = 5$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(16^{x-5}) = \log_{10} 5$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x-5) \log_{10} 16 = \log_{10} 5$$

| $:\log_{10} 16$

$$x-5 = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 16}$$

| +5

$$x = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 16} + 5$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{0.69897}{1.20412} + 5$$

| ausrechnen

$$x = 5.580482$$

Lösung: $L = \{5.580482\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2b

Gegeben:

$$16^{x-3} = 40$$

Lösungsweg:

$$16^{x-3} = 40$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(16^{x-3}) = \log_{10} 40$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x-3) \log_{10} 16 = \log_{10} 40$$

| $:\log_{10} 16$

$$x-3 = \frac{\log_{10} 40}{\log_{10} 16}$$

| +3

$$x = \frac{\log_{10} 40}{\log_{10} 16} + 3$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{1.60206}{1.20412} + 3$$

| ausrechnen

$$x = 4.330482$$

Lösung: $L = \{4.330482\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2c

Gegeben:

$$64^{x-5} = 40$$

Lösungsweg:

$$64^{x-5} = 40$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(64^{x-5}) = \log_{10} 40$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x-5) \log_{10} 64 = \log_{10} 40$$

| : $\log_{10} 64$

$$x-5 = \frac{\log_{10} 40}{\log_{10} 64}$$

| +5

$$x = \frac{\log_{10} 40}{\log_{10} 64} + 5$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{1.60206}{1.80618} + 5$$

| ausrechnen

$$x = 5.886988$$

Lösung: $L = \{5.886988\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2d

Gegeben:

$$25^{x+2} = 128$$

Lösungsweg:

$$25^{x+2} = 128$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(25^{x+2}) = \log_{10} 128$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x+2)\log_{10} 25 = \log_{10} 128$$

| $:\log_{10} 25$

$$x+2 = \frac{\log_{10} 128}{\log_{10} 25}$$

| -2

$$x = \frac{\log_{10} 128}{\log_{10} 25} - 2$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{2.10721}{1.39794} - 2$$

| ausrechnen

$$x = 0.492632$$

Lösung: $L = \{0.492632\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2e

Gegeben:

$$64^{x+3} = 125$$

Lösungsweg:

$$64^{x+3} = 125$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(64^{x+3}) = \log_{10} 125$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x+3)\log_{10} 64 = \log_{10} 125$$

| : $\log_{10} 64$

$$x+3 = \frac{\log_{10} 125}{\log_{10} 64}$$

| -3

$$x = \frac{\log_{10} 125}{\log_{10} 64} - 3$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{2.09691}{1.80618} - 3$$

| ausrechnen

$$x = -1.839036$$

Lösung: $L = \{-1.839036\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2f

Gegeben:

$$5^{x+1} = 512$$

Lösungsweg:

$$5^{x+1} = 512 \quad | \log_{10}(\dots)$$

$$\log_{10}(5^{x+1}) = \log_{10} 512 \quad | \text{Logarithmusgesetz anwenden:}$$
$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x+1) \log_{10} 5 = \log_{10} 512 \quad | : \log_{10} 5$$

$$x+1 = \frac{\log_{10} 512}{\log_{10} 5} \quad | -1$$

$$x = \frac{\log_{10} 512}{\log_{10} 5} - 1 \quad | \text{Logarithmen mit}$$
$$\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad | \text{Taschenrechner bestimmen}$$

$$x = \frac{2.70927}{0.69897} - 1 \quad | \text{ausrechnen}$$

$$x = 2.876089$$

Lösung: $L = \{2.876089\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2g

Gegeben:

$$2^{x-10} = 3125$$

Lösungsweg:

$$2^{x-10} = 3125$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(2^{x-10}) = \log_{10} 3125$$

| Logarithmusgesetz anwenden:
| $\log b^a = a \cdot \log b$

$$(x-10) \log_{10} 2 = \log_{10} 3125$$

| $:\log_{10} 2$

$$x-10 = \frac{\log_{10} 3125}{\log_{10} 2}$$

| +10

$$x = \frac{\log_{10} 3125}{\log_{10} 2} + 10$$

| Logarithmen mit
| Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{3.49485}{0.30103} + 10$$

| ausrechnen

$$x = 21.60964$$

Lösung: $L = \{21.60964\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2h

Gegeben:

$$16^{x+1} = 50$$

Lösungsweg:

$$16^{x+1} = 50$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(16^{x+1}) = \log_{10} 50$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x+1) \log_{10} 16 = \log_{10} 50$$

| : $\log_{10} 16$

$$x+1 = \frac{\log_{10} 50}{\log_{10} 16}$$

| -1

$$x = \frac{\log_{10} 50}{\log_{10} 16} - 1$$

| Logarithmen mit

| Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{1.69897}{1.20412} - 1$$

| ausrechnen

$$x = 0.410964$$

Lösung: $L = \{0.410964\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2i

Gegeben:

$$100^{x+1} = 128$$

Lösungsweg:

$$100^{x+1} = 128$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(100^{x+1}) = \log_{10} 128$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x+1) \log_{10} 100 = \log_{10} 128$$

| : $\log_{10} 100$

$$x+1 = \frac{\log_{10} 128}{\log_{10} 100}$$

| -1

$$x = \frac{\log_{10} 128}{\log_{10} 100} - 1$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{2.10721}{2} - 1$$

| ausrechnen

$$x = 0.0536049$$

Lösung: $L = \{0.0536049\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2k

Gegeben:

$$100^{x-2} = 5$$

Lösungsweg:

$$100^{x-2} = 5$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(100^{x-2}) = \log_{10} 5$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x-2) \log_{10} 100 = \log_{10} 5$$

| $:\log_{10} 100$

$$x-2 = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 100}$$

| +2

$$x = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 100} + 2$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{0.69897}{2} + 2$$

| ausrechnen

$$x = 2.349485$$

Lösung: $L = \{2.349485\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2m

Gegeben:

$$512^{x+1} = 625$$

Lösungsweg:

$$512^{x+1} = 625$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(512^{x+1}) = \log_{10} 625$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$(x+1) \log_{10} 512 = \log_{10} 625$$

| : $\log_{10} 512$

$$x+1 = \frac{\log_{10} 625}{\log_{10} 512}$$

| -1

$$x = \frac{\log_{10} 625}{\log_{10} 512} - 1$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{2.79588}{2.70927} - 1$$

| ausrechnen

$$x = 0.031968$$

Lösung: $L = \{0.031968\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 2n

Gegeben:

$$50^x = 2048$$

Lösungsweg:

$$50^x = 2048$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(50^x) = \log_{10} 2048$$

| Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$x \log_{10} 50 = \log_{10} 2048$$

| $:\log_{10} 50$

$$x = \frac{\log_{10} 2048}{\log_{10} 50}$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{3.31133}{1.69897}$$

| ausrechnen

$$x = 1.949022$$

Lösung: $L = \{1.949022\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3a

Gegeben:

$$2^{3x} = 2^{x+8}$$

Lösungsweg:

$$2^{3x} = 2^{x+8}$$

Satz anwenden:

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$3x = x + 8$$

| -x

$$2x = 8$$

| :2

$$x = 4$$

Lösung: $L = \{4\}$

Lösung zu 3b

Gegeben:

$$7^{x+5} - 7^{6x} = 0$$

Lösungsweg:

$$7^{x+5} - 7^{6x} = 0$$

| + 7^{6x}

$$7^{x+5} = 7^{6x}$$

Satz anwenden:

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$x + 5 = 6x$$

| -x

$$5 = 5x$$

| :5

$$x = 1$$

Lösung: $L = \{1\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3c

Gegeben:

$$10^{2x+30} = 100^{6x}$$

Lösungsweg:

$$10^{2x+30} = 100^{6x}$$

Rechte Seite: $100 = 10^2$

$$10^{2x+30} = (10^2)^{6x}$$

Potenzgesetz anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$10^{2x+30} = 10^{12x}$$

Satz anwenden:

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$2x + 30 = 12x$$

$-2x$

$$30 = 10x$$

$:10$

$$\frac{30}{10} = x$$

vereinfachen

$$3 = x$$

Lösung: $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3d

Gegeben:

$$2^{x+9} = 16^x$$

Lösungsweg:

$$2^{x+9} = 16^x$$

| Rechte Seite: $16 = 2^4$

$$2^{x+9} = (2^4)^x$$

| Potenzgesetz anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$2^{x+9} = 2^{4x}$$

| Satz anwenden:

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$x + 9 = 4x$$

| $-x$

$$9 = 3x$$

| $:3$

$$\frac{9}{3} = x$$

| vereinfachen

$$3 = x$$

Lösung: $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3e

Gegeben:

$$2^{12x} = 8^{x+15}$$

Lösungsweg:

$$2^{12x} = 8^{x+15}$$

Rechte Seite: $8 = 2^3$

$$2^{12x} = (2^3)^{x+15}$$

Potenzgesetz anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$2^{12x} = 2^{3(x+15)}$$

Rechte Seite: Exponent vereinfachen

$$2^{12x} = 2^{3x+45}$$

Satz anwenden:

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$12x = 3x + 45$$

$-3x$

$$9x = 45$$

$:9$

$$x = 5$$

Lösung: $L = \{5\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3f

Gegeben:

$$3^{4x} = 9^{x+2}$$

Lösungsweg:

$$3^{4x} = 9^{x+2}$$

Rechte Seite: $9 = 3^2$

$$3^{4x} = (3^2)^{x+2}$$

Auf beiden Seiten Potenzgesetz

anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$3^{4x} = 3^{2(x+2)}$$

Rechte Seite: Exponent ausmultiplizieren

$$3^{4x} = 3^{2x+4}$$

Satz anwenden:

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$4x = 2x + 4$$

$-2x$

$$2x = 4$$

$: 2$

$$x = 2$$

Lösung: $L = \{2\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3g

Gegeben:

$$4^{x+1} = 8^{x-1}$$

Lösungsweg:

$$4^{x+1} = 8^{x-1}$$

Linke Seite: $4 = 2^2$

$$(2^2)^{x+1} = 8^{x-1}$$

Rechte Seite: $8 = 2^3$

$$(2^2)^{x+1} = (2^3)^{x-1}$$

Auf beiden Seiten Potenzgesetz
anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$2^{2(x+1)} = 2^{3(x-1)}$$

In den beiden Exponenten die
Klammern ausmultiplizieren

$$2^{2x+2} = 2^{3x-3}$$

Satz anwenden:
Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich
sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$2x + 2 = 3x - 3$$

$-2x$

$$2 = x - 3$$

$+3$

$$5 = x$$

Lösung: $L = \{5\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3h

Gegeben:

$$25^{x+1} = 125^{x-1}$$

Lösungsweg:

$$25^{x+1} = 125^{x-1}$$

Linke Seite: $25 = 5^2$

$$(5^2)^{x+1} = 125^{x-1}$$

Rechte Seite: $125 = 5^3$

$$(5^2)^{x+1} = (5^3)^{x-1}$$

Auf beiden Seiten Potenzgesetz

anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$5^{2(x+1)} = 5^{3(x-1)}$$

In den beiden Exponenten die Klammern ausmultiplizieren

$$5^{2x+2} = 5^{3x-3}$$

Satz anwenden:

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$2x + 2 = 3x - 3$$

$-2x$

$$2 = x - 3$$

$+3$

$$5 = x$$

Lösung: $L = \{5\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3i

Gegeben:

$$9^{x+2} = 27^{x-1}$$

Lösungsweg:

$$9^{x+2} = 27^{x-1}$$

Linke Seite: $9 = 3^2$

$$(3^2)^{x+2} = 27^{x-1}$$

Rechte Seite: $27 = 3^3$

$$(3^2)^{x+2} = (3^3)^{x-1}$$

Auf beiden Seiten Potenzgesetz
anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$3^{2(x+2)} = 3^{3(x-1)}$$

In den beiden Exponenten die
Klammern ausmultiplizieren

$$3^{2x+4} = 3^{3x-3}$$

Satz anwenden:
Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich
sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$2x + 4 = 3x - 3$$

$-2x$

$$4 = x - 3$$

$+3$

$$7 = x$$

Lösung: $L = \{7\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 3k

Gegeben:

$$4^{3x+1} = 8^{x+2}$$

Lösungsweg:

$$4^{3x+1} = 8^{x+2}$$

| Linke Seite: $4 = 2^2$

$$(2^2)^{3x+1} = 8^{x+2}$$

| Rechte Seite: $8 = 2^3$

$$(2^2)^{3x+1} = (2^3)^{x+2}$$

| Auf beiden Seiten Potenzgesetz

anwenden: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

$$2^{2(3x+1)} = 2^{3(x+2)}$$

| In den beiden Exponenten die Klammern ausmultiplizieren

$$2^{6x+2} = 2^{3x+6}$$

| Satz anwenden:

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis gleich sind, dann sind auch ihre Exponenten gleich

$$6x + 2 = 3x + 6$$

| $-3x$

$$3x + 2 = 6$$

| -2

$$3x = 4$$

| $:3$

$$x = \frac{4}{3}$$

Lösung: $L = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4a

Gegeben:

$$4^{x+1} = 8^{x-1}$$

Lösungsweg:

$$4^{x+1} = 8^{x-1}$$

$$\log_{10}(4^{x+1}) = \log_{10}(8^{x-1})$$

$$(x+1)\log_{10} 4 = (x-1)\log_{10} 8$$

$$x \cdot \log_{10} 4 + \log_{10} 4 = x \cdot \log_{10} 8 - \log_{10} 8$$

$$x \cdot \log_{10} 4 = x \cdot \log_{10} 8 - \log_{10} 8 - \log_{10} 4$$

$$x \cdot \log_{10} 4 - x \cdot \log_{10} 8 = -\log_{10} 8 - \log_{10} 4$$

$$x \cdot (\log_{10} 4 - \log_{10} 8) = -\log_{10} 8 - \log_{10} 4$$

$$x = \frac{-\log_{10} 8 - \log_{10} 4}{\log_{10} 4 - \log_{10} 8}$$

$$x = \frac{-(\log_{10} 8 + \log_{10} 4)}{\log_{10} 4 - \log_{10} 8}$$

$$x = \frac{-\log_{10}(8 \cdot 4)}{\log_{10}\left(\frac{4}{8}\right)}$$

$$x = \frac{-\log_{10} 32}{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$x = \frac{-1.50515}{-0.30103}$$

$$x = 5$$

Lösung: $L = \{5\}$

| $\log_{10}(\dots)$

| Logarithmusgesetz anwenden:
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Beide Klammern ausmultiplizieren

| $-\log_{10} 4$

| $-x \cdot \log_{10} 8$

| x ausklammern

| $:(\log_{10} 4 - \log_{10} 8)$

| -1 im Zähler ausklammern

| Logarithmusgesetze anwenden:
| $\log a + \log b = \log(a \cdot b)$
| $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$

| vereinfachen

| Logarithmen mit
| Taschenrechner bestimmen

| ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4b

Gegeben :

$$32^{x-1} = 4^{2x}$$

Lösungsweg :

$$32^{x-1} = 4^{2x}$$

$$\log_{10}(32^{x-1}) = \log_{10}(4^{2x})$$

$$(x-1)\log_{10} 32 = 2x \cdot \log_{10} 4$$

$$x \cdot \log_{10} 32 - \log_{10} 32 = 2x \cdot \log_{10} 4$$

$$x \cdot \log_{10} 32 = 2x \cdot \log_{10} 4 + \log_{10} 32$$

$$x \cdot \log_{10} 32 - 2x \cdot \log_{10} 4 = \log_{10} 32$$

$$x \cdot (\log_{10} 32 - 2 \cdot \log_{10} 4) = \log_{10} 32$$

$$x = \frac{\log_{10} 32}{\log_{10} 32 - 2 \cdot \log_{10} 4}$$

$$x = \frac{\log_{10} 32}{\log_{10} 32 - \log_{10} 4^2}$$

$$x = \frac{\log_{10} 32}{\log_{10} \left(\frac{32}{4^2} \right)}$$

$$x = \frac{\log_{10} 32}{\log_{10} 2}$$

$$x = \frac{1.50515}{0.30103}$$

$$x = 5$$

Lösung : $L = \{5\}$

| $\log_{10}(\dots)$

| Logarithmusgesetz anwenden :
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Linke Seite der Gleichung:
| Klammern ausmultiplizieren

| $+ \log_{10} 32$

| $- 2x \cdot \log_{10} 4$

| x ausklammern

| $:(\log_{10} 32 - 2 \log_{10} 4)$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
| anwenden: $a \cdot \log b = \log b^a$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
| anwenden: $\log a - \log b = \log \left(\frac{a}{b} \right)$

| Klammer vereinfachen

| Logarithmen mit
| Taschenrechner bestimmen

| ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4c

Gegeben:

$$32^{2x-1} = 4^{x+2}$$

Lösungsweg:

$$32^{2x-1} = 4^{x+2}$$

$$\log_{10}(32^{2x-1}) = \log_{10}(4^{x+2})$$

$$(2x-1)\log_{10} 32 = (x+2)\log_{10} 4$$

$$2x \cdot \log_{10} 32 - \log_{10} 32 = x \cdot \log_{10} 4 + 2 \cdot \log_{10} 4$$

$$2x \cdot \log_{10} 32 = x \cdot \log_{10} 4 + 2 \cdot \log_{10} 4 + \log_{10} 32$$

$$2x \cdot \log_{10} 32 - x \cdot \log_{10} 4 = 2 \cdot \log_{10} 4 + \log_{10} 32$$

$$x(2\log_{10} 32 - \log_{10} 4) = 2 \cdot \log_{10} 4 + \log_{10} 32$$

$$x = \frac{2 \cdot \log_{10} 4 + \log_{10} 32}{2\log_{10} 32 - \log_{10} 4}$$

$$x = \frac{\log_{10} 4^2 + \log_{10} 32}{\log_{10} 32^2 - \log_{10} 4}$$

$$x = \frac{\log_{10}(4^2 \cdot 32)}{\log_{10}\left(\frac{32^2}{4}\right)}$$

$$x = \frac{\log_{10} 512}{\log_{10} 256}$$

$$x = \frac{2.70927}{2.40824}$$

$$x = 1.125$$

Lösung: $L = \{1.125\}$

| $\log_{10}(\dots)$

| Logarithmusgesetz anwenden:
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Beide Klammern ausmultiplizieren

| $+\log_{10} 32$ } Jetzt alle Summanden
| $-x \cdot \log_{10} 4$ } ohne x auf die rechte
| } Seite bringen, die
| } Summanden mit x
| } auf die linke Seite

| x ausklammern

| $:(2\log_{10} 32 - \log_{10} 4)$

| Logarithmusgesetz im Zähler
| und Nenner anwenden:
| $a \cdot \log b = \log b^a$

| Logarithmusgesetze anwenden:
| $\log a + \log b = \log(a \cdot b)$
| $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$

| vereinfachen

| Logarithmen mit
| Taschenrechner bestimmen

| ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4d

Gegeben :

$$64^{x-2} = 2^{2x}$$

Lösungsweg :

$$64^{x-2} = 2^{2x}$$

$$\log_{10}(64^{x-2}) = \log_{10}(2^{2x})$$

$$(x-2) \log_{10} 64 = 2x \cdot \log_{10} 2$$

$$x \cdot \log_{10} 64 - 2 \cdot \log_{10} 64 = 2x \cdot \log_{10} 2$$

$$x \cdot \log_{10} 64 = 2x \cdot \log_{10} 2 + 2 \cdot \log_{10} 64$$

$$x \cdot \log_{10} 64 - 2x \cdot \log_{10} 2 = 2 \cdot \log_{10} 64$$

$$x \cdot (\log_{10} 64 - 2 \cdot \log_{10} 2) = 2 \cdot \log_{10} 64$$

$$x = \frac{2 \cdot \log_{10} 64}{\log_{10} 64 - 2 \cdot \log_{10} 2}$$

$$x = \frac{2 \cdot \log_{10} 64}{\log_{10} 64 - \log_{10} 2^2}$$

$$x = \frac{2 \cdot \log_{10} 64}{\log_{10} \frac{64}{4}}$$

$$x = \frac{2 \cdot \log_{10} 64}{\log_{10} 16}$$

$$x = \frac{2 \cdot 1.80618}{1.20412}$$

$$x = 3$$

Lösung : $L = \{3\}$

| $\log_{10}(\dots)$

| Logarithmusgesetz anwenden :
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Linke Seite der Gleichung:
| Klammern ausmultiplizieren

| $+ 2 \cdot \log_{10} 64$

| $- 2x \cdot \log_{10} 2$

| x ausklammern

| $:(\log_{10} 64 - 2 \log_{10} 2)$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
| anwenden: $a \cdot \log b = \log b^a$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
| anwenden: $\log a - \log b = \log \left(\frac{a}{b}\right)$

| Nenner vereinfachen

| Logarithmen mit
| Taschenrechner bestimmen

| ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4e

Lösungsweg :

$$125^{x-2} = 25^{x+1}$$

$$\log_{10}(125^{x-2}) = \log_{10}(25^{x+1})$$

$$(x-2)\log_{10} 125 = (x+1) \cdot \log_{10} 25$$

$$x \cdot \log_{10} 125 - 2 \cdot \log_{10} 125 = x \cdot \log_{10} 25 + \log_{10} 25$$

$$x \cdot \log_{10} 125 = x \cdot \log_{10} 25 + \log_{10} 25 + 2 \cdot \log_{10} 125$$

$$x \cdot \log_{10} 125 - x \cdot \log_{10} 25 = \log_{10} 25 + 2 \cdot \log_{10} 125$$

$$x \cdot (\log_{10} 125 - \log_{10} 25) = \log_{10} 25 + 2 \cdot \log_{10} 125$$

$$x = \frac{\log_{10} 25 + 2 \cdot \log_{10} 125}{\log_{10} 125 - \log_{10} 25}$$

$$x = \frac{\log_{10} 25 + \log_{10} 125^2}{\log_{10} 125 - \log_{10} 25}$$

$$x = \frac{\log_{10}(25 \cdot 125^2)}{\log_{10} 125 - \log_{10} 25}$$

$$x = \frac{\log_{10}(25 \cdot 125^2)}{\log_{10}\left(\frac{125}{25}\right)}$$

$$x = \frac{\log_{10}(25 \cdot 125^2)}{\log_{10} 5}$$

$$x = \frac{\log_{10} 390625}{\log_{10} 5}$$

$$x = \frac{5.59176}{0.69897}$$

$$x = 8$$

Lösung : $L = \{8\}$

| $\log_{10}(\dots)$

| Logarithmusgesetz anwenden :
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Klammern ausmultiplizieren

| $+2 \cdot \log_{10} 125$

| $-x \cdot \log_{10} 25$

| x ausklammern

| $:(\log_{10} 125 - \log_{10} 25)$

| Im Zähler Logarithmusgesetz
anwenden: $a \cdot \log b = \log b^a$

| Im Zähler ein Logarithmusgesetz
anwenden: $\log a + \log b = \log(a \cdot b)$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
anwenden: $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$

| Nenner vereinfachen

| Zähler vereinfachen

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

| Bruch mit Taschenrechner
ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4f

$$128^{x-4} = 2^{3x}$$

$$\log_{10}(128^{x-4}) = \log_{10}(2^{3x})$$

$$(x-4)\log_{10} 128 = 3x \cdot \log_{10} 2$$

$$x \cdot \log_{10} 128 - 4 \cdot \log_{10} 128 = 3x \cdot \log_{10} 2$$

$$x \cdot \log_{10} 128 = 4 \cdot \log_{10} 128 + 3x \cdot \log_{10} 2$$

$$x \cdot \log_{10} 128 - 3x \cdot \log_{10} 2 = 4 \cdot \log_{10} 128$$

$$x \cdot (\log_{10} 128 - 3 \log_{10} 2) = 4 \cdot \log_{10} 128$$

$$x = \frac{4 \cdot \log_{10} 128}{\log_{10} 128 - 3 \log_{10} 2}$$

$$x = \frac{4 \cdot \log_{10} 128}{\log_{10} 128 - \log_{10} 2^3}$$

$$x = \frac{4 \cdot \log_{10} 128}{\log_{10} \left(\frac{128}{2^3} \right)}$$

$$x = \frac{4 \cdot \log_{10} 128}{\log_{10} 16}$$

$$x = \frac{4 \cdot 2.10721}{1.20412}$$

$$x = \frac{8.42884}{1.20412}$$

$$x = 7$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{7\}$$

| $\log_{10}(\dots)$

| Logarithmusgesetz anwenden :
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Linke Seite der Gleichung:
| Klammern ausmultiplizieren

| $+ 4 \cdot \log_{10} 128$

| $- 3x \cdot \log_{10} 2$

| x ausklammern

| $:(\log_{10} 128 - 3 \log_{10} 2)$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
| anwenden: $a \cdot \log b = \log b^a$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
| anwenden: $\log a - \log b = \log \left(\frac{a}{b} \right)$

| Klammer ausrechnen

| Logarithmen mit
| Taschenrechner bestimmen

| Bruch mit
| Taschenrechner berechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4g

Lösungsweg:

$$32^{x+1} = 16^{x-1}$$

$$\log_{10}(32^{x+1}) = \log_{10}(16^{x-1})$$

$$(x+1)\log_{10} 32 = (x-1) \cdot \log_{10} 16$$

$$x \cdot \log_{10} 32 + \log_{10} 32 = x \cdot \log_{10} 16 - \log_{10} 16$$

$$x \cdot \log_{10} 32 = x \cdot \log_{10} 16 - \log_{10} 16 - \log_{10} 32$$

$$x \cdot \log_{10} 32 - x \cdot \log_{10} 16 = -\log_{10} 16 - \log_{10} 32$$

$$x \cdot (\log_{10} 32 - \log_{10} 16) = -\log_{10} 16 - \log_{10} 32$$

$$x \cdot (\log_{10} 32 - \log_{10} 16) = -(\log_{10} 16 + \log_{10} 32)$$

$$x = -\frac{\log_{10} 16 + \log_{10} 32}{\log_{10} 32 - \log_{10} 16}$$

$$x = -\frac{\log_{10}(16 \cdot 32)}{\log_{10} 32 - \log_{10} 16}$$

$$x = -\frac{\log_{10}(16 \cdot 32)}{\log_{10} \frac{32}{16}}$$

$$x = -\frac{\log_{10} 512}{\log_{10} 2}$$

$$x = -\frac{2.70927}{0.30103}$$

$$x = -9$$

Lösung: $L = \{-9\}$

| $\log_{10}(\dots)$

| Logarithmusgesetz anwenden:
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Klammern ausmultiplizieren

| $-\log_{10} 32$
| $-x \cdot \log_{10} 16$ } Jetzt alle Summanden
ohne x auf die rechte
Seite bringen, die
Summanden mit x
auf die linke Seite

| Linke Seite: x ausklammern

| Rechte Seite: -1 ausklammern

| $\log_{10} 32 - \log_{10} 16$

| Im Zähler ein Logarithmusgesetz
anwenden: $\log a + \log b = \log(a \cdot b)$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
anwenden: $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$

| Vereinfachen

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

| Bruch mit
Taschenrechner bestimmen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4h

$$512^{x-1} = 16^{2x}$$

$$\log_{10}(512^{x-1}) = \log_{10}(16^{2x})$$

$$(x-1)\log_{10} 512 = 2x \cdot \log_{10} 16$$

$$x \cdot \log_{10} 512 - \log_{10} 512 = 2x \cdot \log_{10} 16$$

$$x \cdot \log_{10} 512 = 2x \cdot \log_{10} 16 + \log_{10} 512$$

$$x \cdot \log_{10} 512 - 2x \cdot \log_{10} 16 = \log_{10} 512$$

$$x \cdot (\log_{10} 512 - 2 \log_{10} 16) = \log_{10} 512$$

$$x = \frac{\log_{10} 512}{\log_{10} 512 - 2 \log_{10} 16}$$

$$x = \frac{\log_{10} 512}{\log_{10} 512 - \log_{10} 16^2}$$

$$x = \frac{\log_{10} 512}{\log_{10} \left(\frac{512}{16^2} \right)}$$

$$x = \frac{\log_{10} 512}{\log_{10} 2}$$

$$x = \frac{2.70927}{0.30103}$$

$$x = 9$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{9\}$$

| $\log_{10}(\dots)$

| Logarithmusgesetz anwenden :
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Linke Seite der Gleichung:
| Klammern ausmultiplizieren

| $+ \log_{10} 512$

| $- 2x \cdot \log_{10} 16$

| x ausklammern

| $:(\log_{10} 512 - 2 \log_{10} 16)$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
| anwenden: $a \cdot \log b = \log b^a$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz
| anwenden: $\log a - \log b = \log \left(\frac{a}{b} \right)$

| Nenner: kürzen

| Logarithmen mit
| Taschenrechner bestimmen

| Bruch ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4i

Lösungsweg :

$$128^{2x+2} = 16^{x-5}$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(128^{2x+2}) = \log_{10}(16^{x-5})$$

| Logarithmusgesetz anwenden :
 $\log b^a = a \cdot \log b$

$$(2x + 2)\log_{10} 128 = (x - 5) \cdot \log_{10} 16$$

| Klammern ausmultiplizieren

$$2x \cdot \log_{10} 128 + 2 \cdot \log_{10} 128 = x \cdot \log_{10} 16 - 5 \cdot \log_{10} 16$$

| $-2\log_{10} 128$ } Jetzt alle Summanden
| $-x \cdot \log_{10} 16$ } ohne x auf die rechte
Seite bringen, die
Summanden mit x
auf die linke Seite

$$2x \cdot \log_{10} 128 = x \cdot \log_{10} 16 - 5 \cdot \log_{10} 16 - 2 \cdot \log_{10} 128$$

$$2x \cdot \log_{10} 128 - x \cdot \log_{10} 16 = -5 \cdot \log_{10} 16 - 2 \cdot \log_{10} 128$$

| Linke Seite: x ausklammern

$$x \cdot (2\log_{10} 128 - \log_{10} 16) = -5 \cdot \log_{10} 16 - 2 \cdot \log_{10} 128$$

| Logarithmusgesetz auf
beiden Seiten anwenden :
 $a \cdot \log b = \log b^a$

$$x \cdot (\log_{10} 128^2 - \log_{10} 16) = -\log_{10} 16^5 - \log_{10} 128^2$$

| $:(\log_{10} 128^2 - \log_{10} 16)$

$$x = \frac{-\log_{10} 16^5 - \log_{10} 128^2}{\log_{10} 128^2 - \log_{10} 16}$$

| Im Zähler und Nenner ein
Logarithmusgesetz anwenden:
 $\log a - \log b = \log \left(\frac{a}{b} \right)$

$$x = \frac{-\log_{10} 1048576 - \log_{10} 16384}{\log_{10} \frac{128^2}{16}}$$

| Brüche und Logarithmen
mit Taschenrechner ausrechnen

$$x = \frac{-\log_{10} 1048576 - \log_{10} 16384}{\log_{10} 1024}$$

| Logarithmen mit
Taschenrechner bestimmen

$$x = \frac{10.23502}{3.0103}$$

| Bruch mit Taschenrechner
ausrechnen

$$x = -3.4$$

Lösung : $L = \{-3.4\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4k

$$1024^{x-3} = 2^{4x}$$

$$\log_{10}(1024^{x-3}) = \log_{10}(2^{4x})$$

$$(x-3)\log_{10} 1024 = 4x \cdot \log_{10} 2$$

$$x \cdot \log_{10} 1024 - 3 \log_{10} 1024 = 4x \cdot \log_{10} 2$$

$$x \cdot \log_{10} 1024 = 4x \cdot \log_{10} 2 + 3 \log_{10} 1024$$

$$x \cdot \log_{10} 1024 - 4x \cdot \log_{10} 2 = 3 \log_{10} 1024$$

$$x \cdot (\log_{10} 1024 - 4 \log_{10} 2) = 3 \log_{10} 1024$$

$$x = \frac{3 \log_{10} 1024}{\log_{10} 1024 - 4 \log_{10} 2}$$

$$x = \frac{3 \cdot \log_{10} 1024}{\log_{10} 1024 - \log_{10} 2^4}$$

$$x = \frac{3 \cdot \log_{10} 1024}{\log_{10} \left(\frac{1024}{2^4} \right)}$$

$$x = \frac{3 \cdot \log_{10} 1024}{\log_{10} 64}$$

$$x = \frac{3 \cdot 3.0103}{1.80618}$$

$$x = 5$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{5\}$$

$$| \log_{10}(\dots)$$

| Logarithmusgesetz anwenden:
| $\log b^a = a \cdot \log b$

| Linke Seite der Gleichung:
| Klammern ausmultiplizieren

$$| + 3 \log_{10} 1024$$

$$| - 4x \cdot \log_{10} 2$$

| x ausklammern

$$| : (\log_{10} 1024 - 4 \log_{10} 2)$$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz anwenden:
| $a \cdot \log b = \log b^a$

| Im Nenner ein Logarithmusgesetz anwenden: $\log a - \log b = \log \left(\frac{a}{b} \right)$

| Klammer ausrechnen

| Logarithmen mit Taschenrechner bestimmen

| Bruch ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4m

$$64 \cdot 8^x = 256^x \cdot 2^{-x}$$

$$2^{-x} = \frac{1}{2^x}$$

$$64 \cdot 8^x = 256^x \cdot \frac{1}{2^x}$$

vereinfachen

$$64 \cdot 8^x = \frac{256^x}{2^x}$$

: 8^x

$$64 = \frac{256^x}{2^x \cdot 8^x}$$

Im Nenner ein

Potenzgesetz anwenden:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$64 = \frac{256^x}{(2 \cdot 8)^x}$$

Klammer vereinfachen

$$64 = \frac{256^x}{16^x}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$64 = \left(\frac{256}{16}\right)^x$$

Bruch vereinfachen

$$64 = 16^x$$

$\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10} 64 = \log_{10} 16^x$$

Rechte Seite:

Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$\log_{10} 64 = x \cdot \log_{10} 16$$

: $\log_{10} 16$

$$\frac{\log_{10} 64}{\log_{10} 16} = x$$

Logarithmen mit

Taschenrechner bestimmen

$$\frac{1.80618}{1.20412} = x$$

vereinfachen

$$1.5 = x$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{1.5\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4n

$$32 \cdot 2^x = 64^x \cdot 16^{-x}$$

$$16^{-x} = \frac{1}{16^x}$$

$$32 \cdot 2^x = 64^x \cdot \frac{1}{16^x}$$

vereinfachen

$$32 \cdot 2^x = \frac{64^x}{16^x}$$

: 2^x

$$32 = \frac{64^x}{2^x \cdot 16^x}$$

Im Nenner ein

Potenzgesetz anwenden:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$32 = \frac{64^x}{(2 \cdot 16)^x}$$

Klammer vereinfachen

$$32 = \frac{64^x}{32^x}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$32 = \left(\frac{64}{32}\right)^x$$

Bruch vereinfachen

$$32 = 2^x$$

$\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10} 32 = \log_{10} 2^x$$

Rechte Seite:

Logarithmusgesetz anwenden:

$$\log b^a = a \cdot \log b$$

$$\log_{10} 32 = x \cdot \log_{10} 2$$

: $\log_{10} 2$

$$\frac{\log_{10} 32}{\log_{10} 2} = x$$

Logarithmen mit

Taschenrechner bestimmen

$$\frac{1.50515}{0.30103} = x$$

vereinfachen

$$5 = x$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{5\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4o

$$64 \cdot 2^{x+9} = 4^{x+2} \cdot 8^{x+1}$$

$$64 \cdot 2^x \cdot 2^9 = 4^x \cdot 4^2 \cdot 8^x \cdot 8^1$$

$$32768 \cdot 2^x = 4^x \cdot 8^x \cdot 128$$

$$\frac{32768 \cdot 2^x}{128} = 4^x \cdot 8^x$$

$$\frac{32768}{128} = \frac{4^x \cdot 8^x}{2^x}$$

$$256 = \frac{4^x \cdot 8^x}{2^x}$$

$$256 = \frac{(4 \cdot 8)^x}{2^x}$$

$$256 = \frac{32^x}{2^x}$$

$$256 = \left(\frac{32}{2}\right)^x$$

$$256 = 16^x$$

$$\log_{10} 256 = \log_{10} 16^x$$

$$\log_{10} 256 = x \cdot \log_{10} 16$$

$$\frac{\log_{10} 256}{\log_{10} 16} = x$$

$$\frac{2.40824}{1.20412} = x$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{2\}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

Konstanten zusammenfassen

$$:128$$

$$:2^x$$

Linke Seite: Bruch mit Taschenrechner ausrechnen

Rechte Seite: Im Zähler ein Potenzgesetz anwenden:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

vereinfachen

Im Zähler der rechten Seite ein Potenzgesetz anwenden:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

vereinfachen

$$|\log_{10}(\dots)$$

Rechte Seite Logarithmusgesetz

$$\text{anwenden: } \log_{10} b^a = a \cdot \log_{10} b$$

$$: \log_{10} 16$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4p

$$1024 \cdot 32^{x+1} = 4^{x+3} \cdot 16^{x+2}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

$$1024 \cdot 32^x \cdot 32^1 = 4^x \cdot 4^3 \cdot 16^x \cdot 16^2$$

Konstanten zusammenfassen

$$32768 \cdot 32^x = 4^x \cdot 16^x \cdot 16384$$

:16384

$$\frac{32768 \cdot 32^x}{16384} = 4^x \cdot 16^x$$

:32^x

$$\frac{32768}{16384} = \frac{4^x \cdot 16^x}{32^x}$$

Linke Seite: Bruch mit Taschenrechner ausrechnen

$$2 = \frac{4^x \cdot 16^x}{32^x}$$

Rechte Seite: Im Zähler ein Potenzgesetz anwenden:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$2 = \frac{(4 \cdot 16)^x}{32^x}$$

vereinfachen

$$2 = \frac{64^x}{32^x}$$

Im Zähler der rechten Seite ein Potenzgesetz anwenden:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$2 = \left(\frac{64}{32}\right)^x$$

vereinfachen

$$2 = 2^x$$

$\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10} 2 = \log_{10} 2^x$$

Rechte Seite Logarithmusgesetz

anwenden: $\log_{10} b^a = a \cdot \log_{10} b$

$$\log_{10} 2 = x \cdot \log_{10} 2$$

: $\log_{10} 2$

$$\frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 2} = x$$

$$1 = x$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{1\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4q

$$8 \cdot 4^{x+3} = 16^{x+1} \cdot 8^{x+2}$$

$$8 \cdot 4^x \cdot 4^3 = 16^x \cdot 16^1 \cdot 8^x \cdot 8^2$$

$$512 \cdot 4^x = 16^x \cdot 8^x \cdot 1024$$

$$\frac{512 \cdot 4^x}{1024} = 16^x \cdot 8^x$$

$$\frac{512}{1024} = \frac{16^x \cdot 8^x}{4^x}$$

$$0.5 = \frac{16^x \cdot 8^x}{4^x}$$

$$0.5 = \frac{(16 \cdot 8)^x}{4^x}$$

$$0.5 = \frac{128^x}{4^x}$$

$$0.5 = \left(\frac{128}{4} \right)^x$$

$$0.5 = 32^x$$

$$\log_{10} 0.5 = \log_{10} 32^x$$

$$\log_{10} 0.5 = x \cdot \log_{10} 32$$

$$\frac{\log_{10} 0.5}{\log_{10} 32} = x$$

$$\frac{-0.30103}{1.50515} = x$$

$$-0.2 = x$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{-0.2\}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

Konstanten zusammenfassen

$$:1024$$

$$:4^x$$

Linke Seite: Bruch mit Taschenrechner ausrechnen

Rechte Seite: Im Zähler ein Potenzgesetz anwenden:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

vereinfachen

Im Zähler der rechten Seite ein Potenzgesetz anwenden:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b} \right)^n$$

Bruch kürzen

$$|\log_{10}(\dots)$$

Rechte Seite Logarithmusgesetz

$$\text{anwenden: } \log_{10} b^a = a \cdot \log_{10} b$$

$$: \log_{10} 32$$

Logarithmen mit

Taschenrechner

ausrechnen

Bruch ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 4r

$$32 \cdot 16^{x+1} = 8^{x+2} \cdot 4^{x+4}$$

$$32 \cdot 16^x \cdot 16^1 = 8^x \cdot 8^2 \cdot 4^x \cdot 4^4$$

$$512 \cdot 16^x = 8^x \cdot 4^x \cdot 16384$$

$$\frac{512 \cdot 16^x}{16384} = 8^x \cdot 4^x$$

$$\frac{512}{16384} = \frac{8^x \cdot 4^x}{16^x}$$

$$0.03125 = \frac{8^x \cdot 4^x}{16^x}$$

$$0.03125 = \frac{(8 \cdot 4)^x}{16^x}$$

$$0.03125 = \frac{32^x}{16^x}$$

$$0.03125 = \left(\frac{32}{16}\right)^x$$

$$0.03125 = 2^x$$

$$\log_{10} 0.03125 = \log_{10} 2^x$$

$$\log_{10} 0.03125 = x \cdot \log_{10} 2$$

$$\frac{\log_{10} 0.03125}{\log_{10} 2} = x$$

$$\frac{-1.50515}{0.30103} = x$$

$$-5 = x$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{-5\}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

Konstanten zusammenfassen

$$:16384$$

$$:16^x$$

Linke Seite: Bruch mit Taschenrechner ausrechnen

Rechte Seite: Im Zähler ein Potenzgesetz anwenden:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

vereinfachen

Im Zähler der rechten Seite ein Potenzgesetz anwenden:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Bruch kürzen

$$|\log_{10}(\dots)$$

Rechte Seite Logarithmusgesetz anwenden: $\log_{10} b^a = a \cdot \log_{10} b$

$$: \log_{10} 2$$

Logarithmen mit Taschenrechner ausrechnen

Bruch ausrechnen

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5a

$$2^{6x} - 4 \cdot 2^{3x} + 4 = 0$$

$$(2^{3x})^2 - 4 \cdot 2^{3x} + 4 = 0$$

$$u^2 - 4 \cdot u + 4 = 0$$

$$(u - 2)^2 = 0$$

$$u = 2$$

$$2^{3x} = 2$$

$$2^{3x} = 2^1$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3} = 0.\bar{3}$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$2^{6x} = 2^{3x \cdot 2} = (2^{3x})^2$$

Substituieren:

$$2^{3x} = u$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Eine Potenz ist gleich Null, wenn die Basis (hier die Klammer) gleich Null ist.

Substitution rückgängig machen:

$$u = 2^{3x}$$

$$2 = 2^1$$

Exponentialgleichung durch Exponentenvergleich lösen

$$| : 3$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5b

$$20^{2x} - 40 \cdot 20^x + 400 = 0$$

Potenzgesetz anwenden:

$$20^{2x} = 20^{x \cdot 2} = (20^x)^2$$

$$(20^x)^2 - 40 \cdot 20^x + 400 = 0$$

Substituieren :

$$20^x = u$$

$$u^2 - 40 \cdot u + 400 = 0$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$(u - 20)^2 = 0$$

Eine Potenz ist gleich Null, wenn die Basis (hier die Klammer) gleich Null ist.

$$u = 20$$

Substitution rückgängig machen:

$$u = 20^x$$

$$20^x = 20$$

$$20 = 20^1$$

$$20^x = 20^1$$

Exponentialgleichung durch Exponentenvergleich lösen

$$x = 1$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \{1\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5c

$$5^{4x} - 10 \cdot 5^{2x} + 25 = 0$$

$$(5^{2x})^2 - 10 \cdot 5^{2x} + 25 = 0$$

$$u^2 - 10u + 25 = 0$$

$$(u - 5)^2 = 0$$

$$u = 5$$

$$5^{2x} = 5$$

$$5^{2x} = 5^1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$5^{4x} = 5^{2x \cdot 2} = (5^{2x})^2$$

Substituieren :

$$5^{2x} = u$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Eine Potenz ist gleich Null, wenn die Basis (hier die Klammer) gleich Null ist.

Substitution rückgängig machen:

$$u = 5^{2x}$$

$$5 = 5^1$$

Exponentialgleichung durch Exponentenvergleich lösen

: 2

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5d

$$2^{8x} - 16 \cdot 2^{4x} + 64 = 0$$

$$(2^{4x})^2 - 16 \cdot 2^{4x} + 64 = 0$$

$$u^2 - 16u + 64 = 0$$

$$(u - 8)^2 = 0$$

$$u = 8$$

$$2^{4x} = 8$$

$$2^{4x} = 2^3$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\boxed{\text{Lösung:}} \quad L = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$2^{8x} = 2^{4x \cdot 2} = (2^{4x})^2$$

Substituieren :

$$2^{4x} = u$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Eine Potenz ist gleich Null, wenn die Basis (hier die Klammer) gleich Null ist.

Substitution rückgängig machen:

$$u = 2^{4x}$$

$$8 = 2^3$$

Exponentialgleichung durch Exponentenvergleich lösen

$$| : 4$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5e

$$5^{4x} - 30 \cdot 5^{2x} + 125 = 0$$

$$(5^{2x})^2 - 30 \cdot 5^{2x} + 125 = 0$$

$$u^2 - 30u + 125 = 0$$

$$u = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$u = -\frac{-30}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-30}{2}\right)^2 - 125}$$

$$u = 15 \pm \sqrt{225 - 125}$$

$$u = 25 \quad \text{oder} \quad u = 5$$



$$25 = 5^{2x}$$

$$5^2 = 5^{2x}$$

$$2 = 2x$$

$$\boxed{x = 1}$$



$$5 = 5^{2x}$$

$$5^1 = 5^{2x}$$

$$1 = 2x$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$5^{4x} = 5^{2x \cdot 2} = (5^{2x})^2$$

Substituieren :

$$5^{2x} = u$$

Diese quadratische Gleichung lösen wir durch Anwenden der "Lösungsformel für quadratische Gleichungen"

Werte einsetzen

berechnen

berechnen

Beide Gleichungen rücksostituieren :

$$u = 5^{2x}$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge:}} \quad L = \left\{ \frac{1}{2} ; 1 \right\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5f

$$4^{6x} - 18 \cdot 4^{3x} + 32 = 0$$

$$(4^{3x})^2 - 18 \cdot 4^{3x} + 32 = 0$$

$$u^2 - 18u + 32 = 0$$

$$u = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$u = -\frac{-18}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-18}{2}\right)^2 - 32}$$

$$u = 9 \pm \sqrt{81 - 32}$$

$$u=16 \quad \text{oder} \quad u=2$$



$$4^{3x} = 16$$

$$4^{3x} = 4^2$$

$$3x = 2$$

$$\boxed{x = \frac{2}{3}}$$



$$4^{3x} = 2$$

$$2^{2 \cdot 3x} = 2^1$$

$$6x = 1$$

$$\boxed{x = \frac{1}{6}}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$4^{6x} = 4^{3x \cdot 2} = (4^{3x})^2$$

Substituieren:

$$4^{3x} = u$$

Diese quadratische Gleichung lösen wir durch Anwenden der "Lösungsformel für quadratische Gleichungen" (p-q-Formel genannt)

Werte einsetzen

berechnen

berechnen

Beide Gleichungen rücksostituieren:

$$u = 4^{3x}$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge:}} \quad L = \left\{ \frac{1}{6}, \frac{2}{3} \right\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5g

$$2^{6x} - 80 \cdot 2^{3x} + 1024 = 0$$

$$(2^{3x})^2 - 80 \cdot 2^{3x} + 1024 = 0$$

$$u^2 - 80u + 1024 = 0$$

$$u = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$u = -\frac{-80}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-80}{2}\right)^2 - 1024}$$

$$u = 40 \pm \sqrt{1600 - 1024}$$

$$u = 40 \pm 24$$

$$u=64$$

oder

$$u=16$$



$$2^{3x} = 64$$

$$2^{3x} = 2^6$$

$$3x = 6$$

$$\boxed{x = 2}$$



$$2^{3x} = 16$$

$$2^{3x} = 2^4$$

$$3x = 4$$

$$\boxed{x = \frac{4}{3}}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$2^{6x} = 2^{3x \cdot 2} = (2^{3x})^2$$

Substituieren:

$$2^{3x} = u$$

Diese quadratische Gleichung lösen wir durch Anwenden der "Lösungsformel für quadratische Gleichungen" (p-q-Formel genannt)

Werte einsetzen

berechnen

berechnen

berechnen

Beide Gleichungen rücksostituieren:

$$u = 2^{3x}$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge:}} \quad L = \left\{ 2; \frac{4}{3} \right\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5h

$$8^{4x} - 12 \cdot 8^{2x} + 32 = 0$$

$$(8^{2x})^2 - 12 \cdot 8^{2x} + 32 = 0$$

$$u^2 - 12u + 32 = 0$$

$$u = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$u = -\frac{-12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-12}{2}\right)^2 - 32}$$

$$u = 6 \pm \sqrt{36 - 32}$$

$$u = 6 \pm 2$$

$$u=8 \quad \text{oder} \quad u=4$$



$$8^{2x} = 8$$

$$8^{2x} = 8^1$$

$$2x = 1$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}}$$



$$8^{2x} = 4$$

$$2^{6x} = 2^2$$

$$6x = 2$$

$$x = \frac{2}{6}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{3}}$$

Potenzgesetz anwenden:

$$8^{4x} = 8^{2x \cdot 2} = (8^{2x})^2$$

Substituieren:

$$8^{2x} = u$$

Diese quadratische Gleichung lösen wir durch Anwenden der "Lösungsformel für quadratische Gleichungen" (p-q-Formel genannt)

Werte einsetzen

berechnen

berechnen

berechnen

Beide Gleichungen rücksostituieren:

$$u = 8^{2x}$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge:}} \quad L = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{1}{2} \right\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5i

$$2^{4x} - 2^{2x+6} + 1024 = 0$$

$$| 2^{2x+6} = 2^{2x} \cdot 2^6$$

$$2^{4x} - 2^{2x} \cdot 2^6 + 1024 = 0$$

$$| 2^6 = 64$$

$$2^{4x} - 2^{2x} \cdot 64 + 1024 = 0$$

$$| 2^{4x} = 2^{2x \cdot 2} = (2^{2x})^2$$

$$(2^{2x})^2 - 2^{2x} \cdot 64 + 1024 = 0$$

$$| \text{Substituieren:} \\ 2^{2x} = u$$

$$u^2 - 64u + 1024 = 0$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$(u - 32)^2 = 0$$

Eine Potenz ist gleich Null, wenn die Basis (hier die Klammer) gleich Null ist.

$$u = 32$$

$$| \text{Rücksubstitution :} \\ u = 2^{2x}$$

$$2^{2x} = 32$$

$$| 32 = 2^5$$

$$2^{2x} = 2^5$$

| Exponentenvergleich

$$2x = 5$$

$$| : 2$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$| \text{Lösungsmenge: } L = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5k

$$5^{6x} - 2 \cdot 5^{3x+3} + 15625 = 0 \quad | 5^{3x+3} = 5^{3x} \cdot 5^3$$

$$5^{6x} - 2 \cdot 5^{3x} \cdot 5^3 + 15625 = 0 \quad | \text{vereinfachen}$$

$$5^{6x} - 250 \cdot 5^{3x} + 15625 = 0 \quad | 5^{6x} = 5^{3x \cdot 2} = (5^{3x})^2$$

$$(5^{3x})^2 - 250 \cdot 5^{3x} + 15625 = 0 \quad | \text{Substituieren:}$$
$$5^{3x} = u$$

$$u^2 - 250u + 15625 = 0$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$(u - 125)^2 = 0$$

Eine Potenz ist gleich Null, wenn die Basis (hier die Klammer) gleich Null ist.

$$u = 125$$

Rücksubstitution :

$$u = 5^{3x}$$

$$5^{3x} = 125$$

$$125 = 5^3$$

$$5^{3x} = 5^3$$

Exponentenvergleich

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge: } L = \{1\}}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5m

$$5^{8x+1} - 2 \cdot 5^{4x+3} + 3125 = 0 \quad | 5^{8x+1} = 5^{8x} \cdot 5^1$$

$$5^{8x} \cdot 5^1 - 2 \cdot 5^{4x+3} + 3125 = 0 \quad | 5^{4x+3} = 5^{4x} \cdot 5^3$$

$$5^{8x} \cdot 5^1 - 2 \cdot 5^{4x} \cdot 5^3 + 3125 = 0 \quad | \text{vereinfachen}$$

$$5 \cdot 5^{8x} - 250 \cdot 5^{4x} + 3125 = 0 \quad | 5^{8x} = 5^{4x \cdot 2} = (5^{4x})^2$$

$$5 \cdot (5^{4x})^2 - 250 \cdot 5^{4x} + 3125 = 0 \quad | \text{Substituieren:}$$
$$5^{4x} = u$$

$$5u^2 - 250u + 3125 = 0$$

Diese quadratische Gleichung könnte man mit der Lösungsformel für quadratische Gleichungen lösen. Wir gehen anders vor: Wir klammern 5 aus, und benutzen dann die 2. Binomische Formel:

$$5(u^2 - 50u + 625) = 0$$

Die 2. Binomische Formel auf die Klammer anwenden:
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$$5(u - 25)^2 = 0$$

Eine Potenz ist gleich Null, wenn die Basis (hier die Klammer) gleich Null ist.

$$u = 25$$

Rücksubstitution:
 $u = 5^{4x}$

$$5^{4x} = 25$$

$$25 = 5^2$$

$$5^{4x} = 5^2$$

Exponentenvergleich

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Lösungsmenge: $L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 5n

$$2^{6x+1} - 2^{3x+8} + 8192 = 0$$

$$| 2^{6x+1} = 2^{6x} \cdot 2^1$$

$$2^{6x} \cdot 2^1 - 2^{3x+8} + 8192 = 0$$

$$| 2^{3x+8} = 2^{3x} \cdot 2^8$$

$$2^{6x} \cdot 2^1 - 2^{3x} \cdot 2^8 + 8192 = 0$$

| vereinfachen

$$2 \cdot 2^{6x} - 256 \cdot 2^{3x} + 8192 = 0$$

$$| 2^{6x} = 2^{3x \cdot 2} = (2^{3x})^2$$

$$2 \cdot (2^{3x})^2 - 256 \cdot 2^{3x} + 8192 = 0$$

| Substituieren:
 $2^{3x} = u$

$$2u^2 - 256u + 8192 = 0$$

Diese quadratische Gleichung könnte man mit der Lösungsformel für quadratische Gleichungen lösen. Wir gehen anders vor: Wir klammern 2 aus, und benutzen dann die 2. Binomische Formel:

$$2(u^2 - 128u + 4096) = 0$$

| Die 2. Binomische Formel
auf die Klammer anwenden:
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$$2(u - 64)^2 = 0$$

| Eine Potenz ist gleich Null,
wenn die Basis (hier die Klammer)
gleich Null ist.

$$u = 64$$

| Rücksubstitution :
 $u = 2^{3x}$

$$2^{3x} = 64$$

$$2^{3x} = 2^6$$

$$| 64 = 2^6$$

| Exponentenvergleich

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Lösungsmenge: $L = \{2\}$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 6a

$$16^x - 512 \cdot 2^{2x} + 65536 = 0$$

$$| 16^x = (2^4)^x = 2^{4x}$$

$$2^{4x} - 512 \cdot 2^{2x} + 65536 = 0$$

$$| 2^{4x} = 2^{2x \cdot 2} = (2^{2x})^2$$

$$(2^{2x})^2 - 512 \cdot 2^{2x} + 65536 = 0$$

$$| 2^{2x} = u$$

$$u^2 - 512u + 65536 = 0$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$(u - 256)^2 = 0$$

| Die Gleichung ist wahr, wenn $u=256$

$$u = 256$$

| Rücksubstitution:

$$| 2^{2x} = u$$

$$2^{2x} = 256$$

| $\log_{10}(\dots)$

$$\log_{10}(2^{2x}) = \log_{10} 256$$

| $\log b^a = a \cdot \log b$

$$2x \cdot \log_{10} 2 = \log_{10} 256$$

| $\log_{10} 2$

$$2x = \frac{\log_{10} 256}{\log_{10} 2}$$

| $: 2$

$$x = \frac{\log_{10} 256}{2 \cdot \log_{10} 2}$$

$$x = \frac{2.40824}{2 \cdot 0.30103}$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge: } L = \{4\}}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 6b

$$5^{6x} - 50 \cdot \underline{125^x} + 625 = 0$$

$$\boxed{5^{6x}} - 50 \cdot \underline{5^{3x}} + 625 = 0$$

$$\boxed{(5^{3x})^2} - 50 \cdot 5^{3x} + 625 = 0$$

$$u^2 - 50u + 625 = 0$$

$$(u - 25)^2 = 0$$

$$u = 25$$

$$5^{3x} = 25$$

$$5^{3x} = 5^2$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge:}} \quad L = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

$$| 125^x = (5^3)^x = 5^{3x}$$

$$| 5^{6x} = 5^{3x \cdot 2} = (5^{3x})^2$$

$$| 5^{3x} = u$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

| Die Gleichung ist wahr, wenn $u=25$

| Rücksubstitution:

$$| u = 5^{3x}$$

$$| 25 = 5^2$$

| Exponentenvergleich

$$| :3$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 6c

$$4^{5x} - \underline{32^{x+1}} + 256 = 0$$

$$4^{5x} - \underline{32^x \cdot 32} + 256 = 0$$

$$4^{5x} - \underline{(2^5)^x \cdot 32} + 256 = 0$$

$$\boxed{4^{5x}} - \underline{2^{5x} \cdot 32} + 256 = 0$$

$$\boxed{(2^2)^{5x}} - 2^{5x} \cdot 32 + 256 = 0$$

$$\boxed{(2^{5x})^2} - 2^{5x} \cdot 32 + 256 = 0$$

$$u^2 - 32u + 256 = 0$$

$$(u - 16)^2 = 0$$

$$u = 16$$

$$2^{5x} = 16$$

$$2^{5x} = 2^4$$

$$5x = 4$$

$$x = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge:}} \quad L = \left\{ \frac{4}{5} \right\}$$

$$| 32^{x+1} = 32^x \cdot 32$$

$$| 32 = 2^5$$

$$| (2^5)^x = 2^{5x}$$

$$| 4^{5x} = (2^2)^{5x}$$

$$| (2^2)^{5x} = (2^{5x})^2$$

$$\text{Substitution:} \\ 2^{5x} = u$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

| Die Gleichung ist wahr, wenn $u=16$

| Rücksubstitution:

$$| u = 2^{5x}$$

$$| 16 = 2^4$$

| Exponentenvergleich

$$| :5$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 6d

$$25^{10x} - \underline{2 \cdot 5^{10x+2}} + 625 = 0$$

$$| 5^{10x+2} = 5^{10x} \cdot 5^2$$

$$25^{10x} - \underline{2 \cdot 5^{10x} \cdot 5^2} + 625 = 0$$

Konstanten
zusammenfassen

$$\boxed{25^{10x}} - \underline{50 \cdot 5^{10x}} + 625 = 0$$

$$| 25 = 5^2$$

$$\boxed{(5^2)^{10x}} - 50 \cdot 5^{10x} + 625 = 0$$

$$| (5^2)^{10x} = (5^{10x})^2$$

$$\boxed{(5^{10x})^2} - 50 \cdot 5^{10x} + 625 = 0$$

Substitution:
 $5^{10x} = u$

$$u^2 - 50u + 625 = 0$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Das Beispiel ist aber so gewählt, daß die quadratische Gleichung mit Hilfe der 2. Binomischen Formel in eine Potenz umgewandelt werden kann, sodaß man die Lösung sofort ablesen kann:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$(u - 25)^2 = 0$$

| Die Gleichung ist wahr, wenn $u=25$

$$u = 25$$

Rücksubstitution:

$$u = 5^{10x}$$

$$5^{10x} = 25$$

$$| 25 = 5^2$$

$$5^{10x} = 5^2$$

| Exponentenvergleich

$$10x = 2$$

| :10

$$x = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge:}} \quad L = \left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 6e

$$\underline{2^{8x+1}} - 4^{2x+5} + 131072 = 0$$

$$| 2^{8x+1} = 2^{8x} \cdot 2$$

$$\underline{2^{8x}} \cdot 2 - 4^{2x+5} + 131072 = 0$$

$$| 4^{2x+5} = 4^{2x} \cdot 4^5$$

$$2^{8x} \cdot 2 - 4^{2x} \cdot 4^5 + 131072 = 0$$

$$| 4^5 = 1024$$

$$\underline{2^{8x}} \cdot 2 - 1024 \cdot 4^{2x} + 131072 = 0$$

$$| 2^{8x} = 2^{2 \cdot 2x \cdot 2} = (2^2)^{2x \cdot 2} = 4^{2x \cdot 2} = (4^{2x})^2$$

$$2 \cdot (4^{2x})^2 - 1024 \cdot 4^{2x} + 131072 = 0$$

$$| \text{Substitution:} \\ 4^{2x} = u$$

$$2u^2 - 1024u + 131072 = 0$$

Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Wir gehen aber einen anderen Weg. Wir klammern zuerst die Zahl 2 aus

$$2(u^2 - 512u + 65536) = 0$$

Nun benutzen wird die 2. Binomische Formel und vereinfachen die Klammer:
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$$2(u - 256)^2 = 0$$

| Die Gleichung ist wahr, wenn $u=256$

$$u = 256$$

| Rücksubstitution:
 $u = 4^{2x}$

$$4^{2x} = 256$$

$$| 4^{2x} = (4^2)^x = 16^x$$

$$16^x = 256$$

$$| \log_{10}(\dots)$$

$$\log_{10}(16^x) = \log_{10} 256$$

$$| \log_{10}(16^x) = x \cdot \log_{10} 16$$

$$x \cdot \log_{10} 16 = \log_{10} 256$$

$$| : \log_{10} 16$$

$$x = \frac{\log_{10} 256}{\log_{10} 16} = \frac{2.40824}{1.20412} = 2$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge: } L = \{2\}}$$

Übungen zum Kurs Exponentialgleichungen

Lösung zu 6f

$$\underline{25^{4x+1}} - 2 \cdot 5^{4x+4} + 15625 = 0$$

$$\underline{25^{4x} \cdot 25} - \boxed{2 \cdot 5^{4x+4}} + 15625 = 0$$

$$25^{4x} \cdot 25 - \boxed{2 \cdot 5^{4x} \cdot 5^4} + 15625 = 0$$

$$\underline{25^{4x} \cdot 25} - \boxed{1250 \cdot 5^{4x}} + 15625 = 0$$

$$\underline{(5^{4x})^2} \cdot 25 - 1250 \cdot 5^{4x} + 15625 = 0$$

$$25u^2 - 1250u + 15625 = 0$$

$$25(u^2 - 50u + 625) = 0$$

$$25(u - 25)^2 = 0$$

$$u = 25$$

$$5^{4x} = 25$$

$$5^{4x} = 5^2$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\boxed{\text{Lösungsmenge:}} \quad L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$| 25^{4x+1} = 25^{4x} \cdot 25$$

$$| 5^{4x+4} = 5^{4x} \cdot 5^4$$

| vereinfachen

$$| 25^{4x} = (5^2)^{4x} = 5^{2 \cdot 4x} = 5^{4x \cdot 2} = (5^{4x})^2$$

| Substitution:
 $5^{4x} = u$

| Dies ist eine quadratische Gleichung. Normalerweise werden quadratische Gleichungen mit der Lösungsformel für quadratische Gleichung gelöst. Wir gehen aber einen anderen Weg. Wir klammern zuerst die Zahl 25 aus

| Nun benutzen wird die 2. Binomische Formel und vereinfachen die Klammer:
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

| Die Gleichung ist wahr, wenn $u=25$

| Rücksubstitution:
 $u = 5^{4x}$

$$| 25 = 5^2$$

| Exponentenvergleich

$$| :4$$