

26. Logarithmen

26.1. Definition des Logarithmus

Der Logarithmus einer Zahl ist der Exponent x , mit dem man eine Basis b potenzieren muß, um den Potenzwert c zu erhalten:

$$\log_b c = x \iff b^x = c$$

$$b, c \in \mathbb{R}_{>0} \quad b \neq 1$$

26.2 Bezeichnungen

Gegeben sei der Logarithmus:

$$\log_b c = a$$

Dann gelten folgende Bezeichnungen:

a = Logarithmus (Mehrzahl: Logarithmen)

b = Wurzelbasis

c = Numerus (Mehrzahl: Numeri)

26.3 Zwei Sonderfälle

- $\log_b 1 = 0$
- $\log_b b = 1$

26.4 Logarithmieren und Potenzieren heben sich auf

$$b^{\log_b c} = c$$

26. Logarithmen

26.5 Logarithmus eines Produktes

$$\log_b (u \cdot v) = \log_b (u) + \log_b (v)$$

mit: $u, v \in \mathbb{R}_{>0}$ $b \in \mathbb{R}_{>0}$ $b \neq 1$

26.6 Logarithmus eines Quotienten

$$\log_b \left(\frac{u}{v} \right) = \log_b (u) - \log_b (v)$$

mit: $u, v \in \mathbb{R}_{>0}$ $b \in \mathbb{R}_{>0}$ $b \neq 1$

26.7 Logarithmus einer Potenz

$$\log_b (c^n) = n \cdot \log_b c$$

mit: $b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ $b \neq 1$ $n \in \mathbb{R}$

26.8 Logarithmus einer Wurzel

$$\log_b (\sqrt[n]{c}) = \frac{1}{n} \log_b (c)$$

mit: $c \in \mathbb{R}_{>0}$ $n \in \mathbb{N}$ $b \in \mathbb{R}_{>0}$ $b \neq 1$

26.9 Basiswechselsatz

$$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$$

mit: $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ $a, b \neq 1$

26. Logarithmen

26.10 Kehrwert des Logarithmus

Der Logarithmus einer Zahl c ist gleich dem negativen Logarithmus des Kehrwertes:

$$\log_b c = \frac{1}{\log_c b}$$

mit: $b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ $b, c \neq 1$

26.11 Logarithmus des Kehrwertes

Der Logarithmus einer Zahl c ist gleich dem negativen Logarithmus des Kehrwertes:

$$\log_b c = -\log_b \left(\frac{1}{c}\right)$$

mit: $b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ $b \neq 1$

26.12 Doppelter Kehrwert

Der Logarithmus einer Zahl ist gleich demjenigen Logarithmus, bei dem sowohl von der Basis als auch vom Numerus der Kehrwert gebildet wurde:

$$\log_b c = \log_{\frac{1}{b}} \left(\frac{1}{c}\right)$$

mit: $b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ $b, \frac{1}{b} \neq 1$

26. Logarithmen

26.13 Logarithmensysteme

$\log_{10} x = \lg x = \text{Dekadischer Logarithmus}$

$\log_e x = \ln x = \text{Natürlicher Logarithmus}$

$\log_2 x = \lg_2 x = \text{Dualer oder binärer Logarithmus}$