

Wurzelgleichungen

150 thematisch geordnete Wurzelgleichungen
mit ausführlichen Lösungen

7. Auflage vom 10.09.2007

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

1. Wurzelgleichungen mit einer Wurzel

1a) $\sqrt{x} = 1$	1b) $\sqrt{x+1} + 2 = 4$	1c) $\sqrt{x+7} = -4$	1d) $\sqrt{x+6} = 3$
1e) $\sqrt[3]{x-1} + 10 = 12$	1f) $\sqrt{x+2} = 10$	1g) $\sqrt[4]{x-1} = 2$	1h) $\sqrt{x+9} = 7$
1j) $\sqrt{x-1} = 5$	1k) $\sqrt{x-1} = 2$	1m) $\sqrt{x+4} = 8$	1n) $\sqrt{x+4} = 4$

2. Wurzelgleichungen mit zwei Wurzeln

2a) $\sqrt{x+30} = 6\sqrt{x-5}$	2b) $3\sqrt{x-6} = \sqrt{x+26}$	2c) $\sqrt[3]{x+200} = 2 \cdot \sqrt[3]{x+11}$
2d) $3\sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{x+207}$	2e) $6\sqrt{x-50} = \sqrt{x-15}$	2f) $4\sqrt{x-7} = \sqrt{x+8}$
2g) $3\sqrt[3]{x-10} = \sqrt[3]{x+198}$	2h) $2\sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{x+57}$	2i) $2\sqrt{x-5} = \sqrt{x+22}$
2j) $4\sqrt{x-20} = \sqrt{x-5}$	2k) $3\sqrt{x-20} = \sqrt{x+12}$	2m) $2\sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{x+190}$
2n) $2\sqrt{x-9} = \sqrt{x+18}$	2p) $\sqrt{x+17} = 2\sqrt{x-10}$	2q) $2\sqrt{x+1} = \sqrt{x+13}$

3. Wurzelgleichungen mit zwei Wurzeln und Absolutglied

Dieser Typ führt normalerweise auf eine quadratische Gleichung, die mit der pq-Lösungsformel lösbar ist. Unsere Aufgaben sind Sonderfälle, die ohne Anwendung der pq-Lösungsformel lösbar sind:

3a) $\sqrt{x} = \sqrt{x+8} - 2$	3b) $\sqrt{x+7} = \sqrt{x+2} - 1$	3c) $\sqrt{x-4} - \sqrt{x+11} + 3 = 0$
3d) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+10} = 7$	3e) $\sqrt{x-3} + 1 = \sqrt{x+2}$	3f) $\sqrt{x-5} - \sqrt{x+7} = -2$
3g) $\sqrt{x-10} - \sqrt{x+5} = -3$	3h) $\sqrt{x+5} - 3 = \sqrt{x+32}$	3i) $\sqrt{x+2} = \sqrt{x+20}$
3j) $\sqrt{x+33} = \sqrt{x-2} + 5$	3k) $\sqrt{x-6} - 2 = \sqrt{x+10}$	3m) $\sqrt{x-10} + \sqrt{x+10} = 10$

4. Diverse Wurzelgleichungen die auf quadratische Gleichungen führen

Summe aus Wurzel, Linearglied und Absolutglied:

4a) $\sqrt{x+1} = x - 1$	4b) $\sqrt{x-1} = x - 7$
4c) $\sqrt{x+1} + x = 5$	4d) $\sqrt{x+4} + 2 = x$

Produkt zweier Wurzeln (mit gleichem Wurzelexponent) und ein Absolutglied:

4e) $\sqrt{x+2}\sqrt{x+7} = 6$	4f) $\sqrt{x-1}\sqrt{x+6} = 12$
4g) $\sqrt{x-5}\sqrt{x+3} = 3$	4h) $\sqrt[3]{x-5}\sqrt[3]{x+2} = 2$

Summe aus drei Quadratwurzeln:

4i) $\sqrt{x+20} = \sqrt{x} + \sqrt{x-12}$	4j) $\sqrt{2x+54} = \sqrt{x+20} + \sqrt{x+4}$
4k) $\sqrt{13x+12} = 2\sqrt{x-3} + 3\sqrt{x}$	4m) $\sqrt{8x+176} = 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+15}$
4n) $\sqrt{5x+29} = \sqrt{x+9} + 2\sqrt{x-3}$	4o) $\sqrt{2x+4} = \sqrt{x} + \sqrt{x-12}$
4p) $\sqrt{2x+21} = \sqrt{x+2} + \sqrt{x+7}$	4q) $\sqrt{5x+19} = \sqrt{x+7} + 2\sqrt{x-5}$

Summe aus vier Quadratwurzeln:

4r) $\sqrt{4x-9} + \sqrt{6x-7} = \sqrt{5x-3} + \sqrt{5x-13}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

5. Wurzelgleichungen mit verschachtelter Wurzel und Absolutglied

Diese Art von Wurzelgleichungen führen auf quadratische Gleichungen, die man mit Hilfe der Lösungsformel für quadratische Gleichungen (pq-Formel) lösen muß:

a) $\sqrt{2x + \sqrt{4x - 3}} = 3$	$L = \{3\}$	b) $\sqrt{x + \sqrt{x + 5}} = 1$	$L = \{-1\}$
c) $\sqrt{5x + \sqrt{10x + 6}} = 3$	$L = \{1\}$	d) $6\sqrt{x - \sqrt{2x - 8}} = 12$	$L = \{4; 6\}$
e) $\sqrt{x - \sqrt{4x - 7}} = 1$	$L = \{2; 4\}$	f) $\sqrt{2x + \sqrt{8x - 4}} = 2$	$L = \{1\}$
g) $7\sqrt{x + \sqrt{2x - 5}} = 14$	$L = \{3\}$	h) $\sqrt{2x - \sqrt{4x - 3}} = 3$	$L = \{7\}$
i) $\sqrt{x + \sqrt{4x - 4}} = 1$	$L = \{1\}$	J) $\sqrt{x + \sqrt{x - 2}} = 2$	$L = \{3\}$
k) $\sqrt{x - \sqrt{x - 4}} = 2$	$L = \{4; 5\}$	L) $3\sqrt{x + \sqrt{x - 4}} = 6$	$L = \{4\}$
m) $\sqrt{x + \sqrt{2x + 6}} = 1$	$L = \{-1\}$	n) $\sqrt{2x + \sqrt{4x - 8}} = 2$	$L = \{2\}$
o) $\sqrt{x - \sqrt{3x - 5}} = 1$	$L = \{2; 3\}$	p) $\sqrt{x + \sqrt{6x - 6}} = 1$	$L = \{1\}$
q) $3\sqrt{x - \sqrt{5x - 9}} = 3$	$L = \{2; 5\}$	r) $\sqrt{3x + \sqrt{3x - 2}} = 2$	$L = \{1\}$
s) $\sqrt{x + \sqrt{2x - 5}} = 2$	$L = \{3\}$	t) $\sqrt{3x + \sqrt{9x - 9}} = 3$	$L = \{2\}$
u) $\sqrt{x + \sqrt{2x - 8}} = 2$	$L = \{4\}$	v) $5\sqrt{x - \sqrt{3x - 8}} = 10$	$L = \{8\}$
w) $\sqrt{3x - \sqrt{9x - 9}} = 3$	$L = \{5\}$	x) $\sqrt{2x - \sqrt{4x - 8}} = 2$	$L = \{2; 3\}$

6. Wurzelgleichungen mit verschachtelter Wurzel und Quadratwurzel

Sehr leicht und leicht lösbare Fälle :

a) $\sqrt{5x + \sqrt{x + 5}} = \sqrt{5x + 3}$	$L = \{4\}$	b) $\sqrt{x + \sqrt{10x + 9}} = \sqrt{2x + 3}$	$L = \{0; 4\}$
c) $\sqrt{2x + \sqrt{7x + 4}} = \sqrt{3x + 2}$	$L = \{0; 3\}$	d) $\sqrt{4x + \sqrt{10x + 4}} = \sqrt{5x + 2}$	$L = \{0; 6\}$
e) $\sqrt{6x + \sqrt{6x + 4}} = \sqrt{7x + 2}$	$L = \{0; 2\}$	f) $\sqrt{8x + \sqrt{9x + 4}} = \sqrt{9x + 2}$	$L = \{0; 5\}$

Fälle die auf ein quadratische Gleichung führen, die mit der Lösungsformel für quadratische Gleichungen (pq - Formel) gelöst werden muß :

g) $\sqrt{4x + \sqrt{x + 3}} = \sqrt{5x + 1}$	$L = \{1\}$	h) $\sqrt{3x + \sqrt{8x + 1}} = \sqrt{4x + 2}$	$L = \{1; 3\}$
i) $\sqrt{2x + \sqrt{15x + 4}} = \sqrt{3x + 4}$	$L = \{3; 4\}$	j) $\sqrt{2x + \sqrt{7x + 2}} = \sqrt{3x + 2}$	$L = \{1; 2\}$
k) $\sqrt{x + \sqrt{20x + 1}} = \sqrt{2x + 5}$	$L = \{4; 6\}$	L) $\sqrt{x + \sqrt{11x + 3}} = \sqrt{2x + 3}$	$L = \{2; 3\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

7. Wurzelgleichungen mit zwei Wurzeln deren einer Wurzelexponent doppelt so groß ist wie der andere Wurzelexponent:

Einfache Fälle die auf eine Potenzgleichung führen :

a) $\sqrt[2]{3x+1} = \sqrt[4]{6x+1}$ $L = \{0\}$ **b)** $\sqrt[4]{x+2} = \sqrt[8]{4x+8}$ $L = \{-2; 2\}$

c) $\sqrt[3]{x+3} = \sqrt[6]{6x+10}$ $L = \{-1; 1\}$ **d)** $\sqrt[50]{2x+2} = \sqrt[100]{8x+8}$ $L = \{-1, 1\}$

e) $\sqrt[2]{3x+1} = \sqrt[4]{6x+10}$ $L = \{1\}$ **f)** $\sqrt[7]{x+1} = \sqrt[14]{2x+10}$ $L = \{3\}$

Fälle die auf quadratische Gleichungen führen (durch Ausklammern lösbar) :

g) $\sqrt[2]{3x+1} = \sqrt[4]{60x+1}$ $L = \{0; 6\}$ **h)** $\sqrt[3]{9x+1} = \sqrt[6]{99x+1}$ $L = \{0; 1\}$

i) $\sqrt[5]{2x+1} = \sqrt[10]{20x+1}$ $L = \{0; 4\}$ **j)** $\sqrt[4]{4x+1} = \sqrt[8]{24x+1}$ $L = \{0; 1\}$

k) $\sqrt[10]{2x+1} = \sqrt[20]{36x+1}$ $L = \{0; 8\}$ **l)** $\sqrt[6]{4x+1} = \sqrt[12]{56x+1}$ $L = \{0; 3\}$

Fälle die auf quadratische Gleichungen führen (mit Binomischer Formel lösbar) :

m) $\sqrt[2]{x+3} = \sqrt[4]{8x+8}$ $L = \{1\}$ **n)** $\sqrt[5]{x+4} = \sqrt[10]{6x+15}$ $L = \{-1\}$

o) $\sqrt[10]{x+5} = \sqrt[20]{6x+21}$ $L = \{-2\}$ **p)** $\sqrt[3]{2x+10} = \sqrt[6]{32x+96}$ $L = \{-1\}$

q) $\sqrt[4]{x+10} = \sqrt[8]{6x+51}$ $L = \{-7\}$ **r)** $\sqrt[5]{2x+5} = \sqrt[10]{16x+24}$ $L = \{-\frac{1}{2}\}$

Fälle die auf quadratische Gleichungen führen (mit Lösungsformel lösbar) :

s) $\sqrt[2]{x+1} = \sqrt[4]{4x+4}$ $L = \{-1; 3\}$ **t)** $\sqrt[6]{x+3} = \sqrt[12]{10x+6}$ $L = \{1; 3\}$

u) $\sqrt[5]{x+1} = \sqrt[10]{3x+7}$ $L = \{3\}$ **v)** $\sqrt[3]{2x+2} = \sqrt[6]{6x+10}$ $L = \{1\}$

w) $\sqrt[10]{2x+2} = \sqrt[20]{9x+7}$ $L = \{-\frac{3}{4}; 1\}$ **x)** $\sqrt[4]{2x+2} = \sqrt[8]{10x+6}$ $L = \{-\frac{1}{2}; 1\}$

8. Wurzelgleichungen mit zwei Wurzeln deren Wurzelexponenten

ganzzahlige Vielfache voneinander sind (aber nicht das doppelte)

Normalerweise führt diese Art von Wurzelgleichungen auf höhere algebraische Gleichungen, die mit den Mitteln der Schulmathematik nicht gelöst werden können. Die Aufgaben sind aber so gewählt, daß sie nur auf eine quadratische Gleichung führen. Daher können diese Aufgaben auch von Schülern gelöst werden:

a) $\sqrt[2]{x+1} = \sqrt[6]{7x+1}$ $L = \{0; 1\}$ **b)** $\sqrt[2]{x+1} = \sqrt[6]{13x+1}$ $L = \{0; 2\}$

c) $\sqrt[3]{2x+1} = \sqrt[9]{26x+1}$ $L = \{0; 1\}$ **d)** $\sqrt[5]{2x+1} = \sqrt[15]{62x+1}$ $L = \{0; 2\}$

e) $\sqrt[2]{x+1} = \sqrt[6]{91x+1}$ $L = \{0; 8\}$ **f)** $\sqrt[3]{x+1} = \sqrt[9]{21x+1}$ $L = \{0; 3\}$

9. Wurzelgleichungen mit zwei Wurzeln, deren Wurzelexponenten

keine ganzzahligen Vielfachen voneinander sind

Normalerweise führt diese Art von Wurzelgleichungen auf höhere algebraische Gleichungen, die mit den Mitteln der Schulmathematik nicht gelöst werden können. Die Aufgaben sind aber so gewählt, daß sie nur auf eine quadratische Gleichung führen. Daher können diese Aufgaben auch von Schülern gelöst werden:

a) $\sqrt[4]{3x+1} = \sqrt[6]{7x+1}$ $L = \{0; 1\}$ **b)** $\sqrt[2]{4x+1} = \sqrt[3]{13x+1}$ $L = \{0; 2\}$

c) $\sqrt[6]{6x+1} = \sqrt[9]{31x+1}$ $L = \{0; 4\}$ **d)** $\sqrt[8]{7x+1} = \sqrt[12]{43x+1}$ $L = \{0; 5\}$

e) $\sqrt[2]{5x+1} = \sqrt[3]{21x+1}$ $L = \{0; 3\}$ **f)** $\sqrt[10]{8x+1} = \sqrt[15]{26x+1}$ $L = \{0; 1\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

10. Wurzelgleichung mit zwei Quadratwurzeln und ein Linearglied

Normalerweise führt diese Art von Wurzelgleichungen auf algebraische Gleichungen 4. Grades, die mit den Mitteln der Schulmathematik nicht gelöst werden können. Die Aufgaben sind aber so gewählt, daß sie nur auf eine quadratische Gleichung führen. Daher können diese Aufgaben auch von Schülern gelöst werden:

a) $2\sqrt{2x+2} = \sqrt{x+8} + x$	$L = \{0;1\}$	b) $2\sqrt{3x-2} = \sqrt{2x-8} + x$	$L = \{6\}$
c) $2\sqrt{3x+1} = \sqrt{x+4} + x$	$L = \{0;5\}$	d) $2\sqrt{2x-1} = \sqrt{x-4} + x$	$L = \{5\}$
e) $3\sqrt{x-1} = \sqrt{2x-9} + x$	$L = \{5\}$	f) $2\sqrt{3x+3} = \sqrt{2x+12} + x$	$L = \{0;2\}$
g) $2\sqrt{8x+1} = \sqrt{4x+4} + 2x$	$L = \{0;3\}$	h) $3\sqrt{5x-1} = \sqrt{x-9} + 2x$	$L = \{10\}$

11. Wurzelgleichungen mit 3. Wurzel, 2. Wurzel und Linearglied

Normalerweise führt diese Art von Wurzelgleichungen auf unlösbare algebraische Gleichungen 6. Grades. Die Aufgaben sind aber so gewählt, daß sie nur auf eine quadratische Gleichung führen.

a) $\sqrt[3]{7x^3 - 9x^2 + 3x} = \sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x$	$L = \{1\}$	b) $\sqrt[3]{4x^3 - 6x^2 + 3x} = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + x$	$L = \{1\}$
---	-------------	--	-------------

12. Wurzelgleichungen die durch Substitution lösbar sind

a) $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[6]{x+3} - 2 = 0$	$L = \{-2\}$	b) $\sqrt[10]{x-7} + \sqrt[5]{x-7} = 2$	$L = \{8\}$
c) $\sqrt[8]{x-4} + \sqrt[4]{16x-64} - 3 = 0$	$L = \{5\}$	d) $\sqrt[2]{x+3} + \sqrt[8]{x^2 + 6x + 9} - 2 = 0$	$L = \{-2\}$

13. Wurzelgleichungen mit Brüchen

folgt später, siehe auch Kurs Wurzelrechnung

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 1a

Gegeben:

$$\sqrt{x} = 1$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x} = 1 \quad | (\dots)^2$$

$$x = 1$$

Ergebnis: $x = 1$

Probe: $\sqrt{1} = 1 \Leftrightarrow$ wahr

Lösungsmenge $L = \{1\}$

Lösung zu 1b

Gegeben:

$$\sqrt{x+1} + 2 = 4$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+1} + 2 = 4 \quad | -2$$

$$\sqrt{x+1} = 2 \quad | (\dots)^2$$

$$x+1 = 4 \quad | -1$$

$$x = 3$$

Ergebnis: $x = 3$

Probe:

$$\sqrt{3+1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{4} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 1c

Gegeben :

$$\sqrt{x+7} = -4$$

Lösungsweg :

$$\sqrt{x+7} = -4 \quad \left| (\dots)^2 \right.$$

$$x+7 = 16 \quad \left| -7 \right.$$

$$x=9$$

Ergebnis : $x = 9$

Probe :

$$\sqrt{9+7} = -4 \Leftrightarrow \sqrt{16} = -4 \Leftrightarrow 4 = -4 \Leftrightarrow \text{falsch}$$

Lösungsmenge $L = \{\}$

Lösung zu 1d

Gegeben :

$$\sqrt{x+6} = 3$$

Lösungsweg :

$$\sqrt{x+6} = 3 \quad \left| (\dots)^2 \right.$$

$$x+6 = 9 \quad \left| -6 \right.$$

$$x=3$$

Ergebnis : $x = 3$

Probe :

$$\sqrt{3+6} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{9} = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 1e

Gegeben:

$$\sqrt[3]{x-1} + 10 = 12$$

Lösungsweg:

$$\sqrt[3]{x-1} + 10 = 12 \quad | -10$$

$$\sqrt[3]{x-1} = 2 \quad | (\dots)^3$$

$$x-1 = 8 \quad | +1$$

$$x = 9$$

Ergebnis: $x = 9$

Probe:

$$\sqrt[3]{9-1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{9\}$

Lösung zu 1f

Gegeben:

$$\sqrt{x+2} = 10$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+2} = 10 \quad | (\dots)^2$$

$$x+2 = 100 \quad | -2$$

$$x = 98$$

Ergebnis: $x = 98$

Probe:

$$\sqrt{98+2} = 10 \Leftrightarrow \sqrt{100} = 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{98\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 1g

Gegeben :

$$\sqrt[4]{x-1} = 2$$

Lösungsweg :

$$\sqrt[4]{x-1} = 2 \quad |(\dots)^4$$

$$x-1 = 2^4 \quad | +1$$

$$x = 17$$

Ergebnis : $x = 17$

Probe :

$$\sqrt[4]{17-1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt[4]{16} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{17\}$

Lösung zu 1h

Gegeben :

$$\sqrt{x+9} = 7$$

Lösungsweg :

$$\sqrt{x+9} = 7 \quad |(\dots)^2$$

$$x+9 = 49 \quad | -9$$

$$x = 40$$

Ergebnis : $x = 40$

Probe :

$$\sqrt{40+9} = 7 \Leftrightarrow \sqrt{49} = 7 \Leftrightarrow 7 = 7 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{40\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 1j

Gegeben :

$$\sqrt{x-1} = 5$$

Lösungsweg :

$$\sqrt{x-1} = 5 \quad |(\dots)^2$$

$$x-1 = 25 \quad | +1$$

$$x = 26$$

Ergebnis : $x = 26$

Probe :

$$\sqrt{26-1} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{25} = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{26\}$

Lösung zu 1k

Gegeben :

$$\sqrt{x-1} = 2$$

Lösungsweg :

$$\sqrt{x-1} = 2 \quad |(\dots)^2$$

$$x-1 = 4 \quad | +1$$

$$x = 5$$

Ergebnis : $x = 5$

Probe :

$$\sqrt{5-1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{4} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{5\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 1m

Gegeben :

$$\sqrt{x+4} = 8$$

Lösungsweg :

$$\sqrt{x+4} = 8 \quad |(\dots)^2$$

$$x+4 = 64 \quad |-4$$

$$x=60$$

Ergebnis : $x = 60$

Probe :

$$\sqrt{60+4} = 8 \Leftrightarrow \sqrt{64} = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{60\}$

Lösung zu 1n

Gegeben :

$$\sqrt{x+4} = 4$$

Lösungsweg :

$$\sqrt{x+4} = 4 \quad |(\dots)^2$$

$$x+4 = 16 \quad |-4$$

$$x=12$$

Ergebnis : $x = 12$

Probe :

$$\sqrt{12+4} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{16} = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{12\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2a

Gegeben:

$$\sqrt{x+30} = 6\sqrt{x-5}$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+30} = 6\sqrt{x-5} \quad |(\dots)^2$$

$$x+30 = 36(x-5) \quad | \text{Rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$x+30 = 36x-180 \quad | +180$$

$$x+210 = 36x \quad | -x$$

$$210 = 35x \quad | :35$$

$$\frac{210}{35} = x$$

$$6 = x$$

Ergebnis: $x = 6$

Probe:

$$\sqrt{6+30} = 6\sqrt{6-5}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{36} = 6\sqrt{1}$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{6\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2b

Gegeben :

$$3\sqrt{x-6} = \sqrt{x+26}$$

Lösungsweg :

$$3\sqrt{x-6} = \sqrt{x+26} \quad |(\dots)^2$$

$$9(x-6) = x+26 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$9x - 54 = x + 26 \quad | -x$$

$$8x - 54 = 26 \quad | +54$$

$$8x = 80 \quad | :8$$

$$x = 10$$

Ergebnis : $x = 10$

Probe :

$$3\sqrt{10-6} = \sqrt{10+26}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{4} = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{10\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2c

Gegeben :

$$\sqrt[3]{x+200} = 2 \cdot \sqrt[3]{x+11}$$

Lösungsweg :

$$\sqrt[3]{x+200} = 2 \cdot \sqrt[3]{x+11} \quad |(\dots)^3$$

$$x+200 = 8 \cdot (x+11) \quad | \text{Rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$x+200 = 8x+88 \quad | -x$$

$$200 = 7x+88 \quad | -88$$

$$112 = 7x \quad | :7$$

$$16 = x$$

Ergebnis : $x = 16$

Probe :

$$\sqrt[3]{16+200} = 2 \cdot \sqrt[3]{16+11}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{216} = 2 \cdot \sqrt[3]{27}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{216} = 2 \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{16\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2d

Gegeben :

$$\sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{x+207}$$

Lösungsweg :

$$\sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{x+207} \quad |(\dots)^3$$

$$27(x-1) = x+207 \quad | \text{Linke Seite ausmultiplizieren}$$

$$27x - 27 = x + 207 \quad | +27$$

$$27x = x + 234 \quad | -x$$

$$26x = 234 \quad | :26$$

$$x = \frac{234}{26}$$

$$x = 9$$

Ergebnis : $x = 9$

Probe :

$$\sqrt[3]{9-1} = \sqrt[3]{9+207}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{216}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge : $L = \{9\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2e

Gegeben:

$$6\sqrt{x-50} = \sqrt{x-15}$$

Lösungsweg:

$$6\sqrt{x-50} = \sqrt{x-15} \quad |(\dots)^2$$

$$36(x-50) = x-15 \quad | \text{Linke Seite ausmultiplizieren}$$

$$36x - 1800 = x - 15 \quad | +1800$$

$$36x = x + 1785 \quad | -x$$

$$35x = 1785 \quad | :35$$

$$x = \frac{1785}{35}$$

$$x = 51$$

Ergebnis: $x = 51$

Probe:

$$6\sqrt{51-50} = \sqrt{51-15}$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{1} = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{51\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2f

Gegeben:

$$4\sqrt{x-7} = \sqrt{x+8}$$

Lösungsweg:

$$4\sqrt{x-7} = \sqrt{x+8} \quad |(\dots)^2$$

$$16(x-7) = x+8 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$16x - 112 = x + 8 \quad | +112$$

$$16x = x + 120 \quad | -x$$

$$15x = 120 \quad | :15$$

$$x = \frac{120}{15}$$

$$x = 8$$

Ergebnis: $x = 8$

Probe:

$$4\sqrt{8-7} = \sqrt{8+8}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{1} = \sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{8\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2g

Gegeben:

$$\sqrt[3]{x-10} = \sqrt[3]{x+198}$$

Lösungsweg:

$$\sqrt[3]{x-10} = \sqrt[3]{x+198} \quad |(\dots)^3$$

$$27(x-10) = x+198 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$27x - 270 = x + 198 \quad | +270$$

$$27x = x + 468 \quad | -x$$

$$26x = 468 \quad | :26$$

$$x = \frac{468}{26}$$

$$x = 18$$

Ergebnis: $x = 18$

Probe:

$$\sqrt[3]{18-10} = \sqrt[3]{18+198}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{216}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{18\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2h

Gegeben:

$$2\sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{x+57}$$

Lösungsweg:

$$2\sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{x+57} \quad |(\dots)^3$$

$$8(x+1) = x+57 \quad | \text{Linke Seite ausmultiplizieren}$$

$$8x+8 = x+57 \quad | -8$$

$$8x = x+49 \quad | -x$$

$$7x = 49 \quad | :7$$

$$x = \frac{49}{7}$$

$$x = 7$$

Ergebnis: $x = 7$

Probe:

$$2\sqrt[3]{7+1} = \sqrt[3]{7+57}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{64}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{7\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2i

Gegeben:

$$2\sqrt{x-5} = \sqrt{x+22}$$

Lösungsweg:

$$2\sqrt{x-5} = \sqrt{x+22} \quad |(\dots)^2$$

$$4(x-5) = x+22 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$4x - 20 = x + 22 \quad | +20$$

$$4x = x + 42 \quad | -x$$

$$3x = 42 \quad | :3$$

$$x = \frac{42}{3}$$

$$x = 14$$

Ergebnis: $x = 14$

Probe:

$$2\sqrt{14-5} = \sqrt{14+22}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{9} = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 3 = 6$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{14\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2j

Gegeben:

$$4\sqrt{x-20} = \sqrt{x-5}$$

Lösungsweg:

$$4\sqrt{x-20} = \sqrt{x-5} \quad |(\dots)^2$$

$$16(x-20) = x-5 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$16x - 320 = x - 5 \quad | +320$$

$$16x = x + 315 \quad | -x$$

$$15x = 315 \quad | :15$$

$$x = \frac{315}{15}$$

$$x = 21$$

Ergebnis: $x = 21$

Probe:

$$4\sqrt{21-20} = \sqrt{21-5}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{1} = \sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{21\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2k

Gegeben:

$$3\sqrt{x-20} = \sqrt{x+12}$$

Lösungsweg:

$$3\sqrt{x-20} = \sqrt{x+12} \quad |(\dots)^2$$

$$9(x-20) = x+12 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$9x - 180 = x + 12 \quad | +180$$

$$9x = x + 192 \quad | -x$$

$$8x = 192 \quad | :8$$

$$x = \frac{192}{8}$$

$$x = 24$$

Ergebnis: $x = 24$

Probe:

$$3\sqrt{24-20} = \sqrt{24+12}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{4} = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{24\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2m

Gegeben:

$$2 \cdot \sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{x+190}$$

Lösungsweg:

$$2 \cdot \sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{x+190} \quad |(\dots)^3$$

$$8(x+1) = x+190 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$8x + 8 = x + 190 \quad | -8$$

$$8x = x + 182 \quad | -x$$

$$7x = 182 \quad | :7$$

$$x = \frac{182}{7}$$

$$x = 26$$

Ergebnis: $x = 26$

Probe:

$$2 \cdot \sqrt[3]{26+1} = \sqrt[3]{26+190}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{216}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 3 = 6$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{26\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2n

Gegeben:

$$2\sqrt{x-9} = \sqrt{x+18}$$

Lösungsweg:

$$2\sqrt{x-9} = \sqrt{x+18} \quad |(\dots)^2$$

$$4(x-9) = x+18 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$4x - 36 = x + 18 \quad | +36$$

$$4x = x + 54 \quad | -x$$

$$3x = 54 \quad | :3$$

$$x = \frac{54}{3}$$

$$x = 18$$

Ergebnis: $x = 18$

Probe:

$$2\sqrt{18-9} = \sqrt{18+18}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{9} = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 3 = 6$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{18\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2p

Gegeben:

$$\sqrt{x+17} = 2\sqrt{x-10}$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+17} = 2\sqrt{x-10} \quad |(\dots)^2$$

$$x+17 = 4(x-10) \quad | \text{Rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$x+17 = 4x-40 \quad | +40$$

$$x+57 = 4x \quad | -x$$

$$57 = 3x \quad | :3$$

$$\frac{57}{3} = x$$

$$x = 19$$

Ergebnis: $x = 19$

Probe:

$$\sqrt{19+17} = 2\sqrt{19-10}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{36} = 2\sqrt{9}$$

$$\Leftrightarrow 6 = 2 \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{19\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 2q

Gegeben:

$$2\sqrt{x+1} = \sqrt{x+13}$$

Lösungsweg:

$$2\sqrt{x+1} = \sqrt{x+13} \quad |(\dots)^2$$

$$4(x+1) = x+13 \quad | \text{Linke Seite: Klammer ausmultiplizieren}$$

$$4x+4 = x+13 \quad | -4$$

$$4x = x+9 \quad | -x$$

$$3x = 9 \quad | :3$$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

Ergebnis: $x = 3$

Probe:

$$2\sqrt{3+1} = \sqrt{3+13}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{4} = \sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3a

Gegeben:

$$\sqrt{x} = \sqrt{x+8} - 2$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x} = \sqrt{x+8} - 2 \quad |(\dots)^2$$

$$x = (\sqrt{x+8} - 2)^2 \quad | \text{Rechts steht ein Binom}$$

$$x = (x+8) - 2 \cdot \sqrt{x+8} \cdot 2 + 2^2 \quad | \text{vereinfachen}$$

$$x = x + 8 - 4\sqrt{x+8} + 4 \quad | \text{Konstanten addieren}$$

$$x = x + 12 - 4\sqrt{x+8} \quad | -x$$

$$0 = 12 - 4\sqrt{x+8} \quad | -12$$

$$-12 = -4\sqrt{x+8} \quad | :(-4)$$

$$-3 = \sqrt{x+8} \quad |(\dots)^2$$

$$9 = x + 8 \quad | -8$$

$$x = 1$$

Ergebnis: $x = 1$

Probe:

$$\sqrt{1} = \sqrt{1+8} - 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1} = \sqrt{9} - 2$$

$$\Leftrightarrow 1 = 3 - 2$$

$$\Leftrightarrow 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge $L = \{1\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3b

Gegeben:

$$\sqrt{x+7} = \sqrt{x+2} - 1$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+7} = \sqrt{x+2} - 1 \quad |(\dots)^2$$

$$x+7 = (\sqrt{x+2} - 1)^2 \quad | \text{Rechte Seite ist das 1. Binom}$$

$$x+7 = x+2 - 2\sqrt{x+2} + 1^2 \quad | \text{Konstanten addieren}$$

$$x+7 = x+3 - 2\sqrt{x+2} \quad | -x$$

$$7 = 3 - 2\sqrt{x+2} \quad | -3$$

$$4 = -2\sqrt{x+2} \quad | :(-2)$$

$$-2 = \sqrt{x+2} \quad |(\dots)^2$$

$$4 = x+2 \quad | -2$$

$$2 = x$$

Ergebnis: $x = 2$

Probe:

$$\sqrt{2+7} = \sqrt{2+2} - 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9} = \sqrt{4} - 1$$

$$\Leftrightarrow 3 = 2 - 1$$

$$\Leftrightarrow 3 = 1$$

$$\Leftrightarrow \text{FALSCH}$$

Lösungsmenge: $L = \{\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3c

Gegeben:

$$\sqrt{x-4} - \sqrt{x+11} + 3 = 0$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-4} - \sqrt{x+11} + 3 = 0 \quad | +\sqrt{x+11} \text{ (Wurzel isolieren)}$$

$$\sqrt{x-4} + 3 = \sqrt{x+11} \quad | (\dots)^2$$

$$(\sqrt{x-4} + 3)^2 = x+11 \quad | \text{Linke Seite ist das 1. Binom}$$

$$x - 4 + 2 \cdot 3\sqrt{x-4} + 3^2 = x+11 \quad | \text{Linke Seite: Konstanten addieren}$$

$$x + 5 + 6\sqrt{x-4} = x+11 \quad | -x$$

$$5 + 6\sqrt{x-4} = 11 \quad | -5$$

$$6\sqrt{x-4} = 6 \quad | :6$$

$$\sqrt{x-4} = 1 \quad | (\dots)^2$$

$$x - 4 = 1 \quad | +4$$

$$x = 5$$

Ergebnis: $x = 5$

Probe:

$$\sqrt{5-4} + 3 = \sqrt{5+11}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1} + 3 = \sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 3 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{5\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3d

Gegeben:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x+10} = 7$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x+10} = 7$$

$$| -\sqrt{x+10}$$

$$\sqrt{x+3} = 7 - \sqrt{x+10}$$

$$| (\dots)^2$$

$$x+3 = (7 - \sqrt{x+10})^2$$

| Rechte Seite: 2. Binom anwenden

$$x+3 = 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot \sqrt{x+10} + x+10$$

| Rechte Seite: Konstanten addieren

$$x+3 = 59 - 14\sqrt{x+10} + x$$

$$| -x$$

$$3 = 59 - 14\sqrt{x+10}$$

$$| -59$$

$$-56 = -14\sqrt{x+10}$$

$$| :(-14)$$

$$4 = \sqrt{x+10}$$

$$| (\dots)^2$$

$$16 = x+10$$

$$| -10$$

$$6 = x$$

Ergebnis: $x = 6$

Probe:

$$\sqrt{6+3} + \sqrt{6+10} = 7$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$$

$$\Leftrightarrow 3 + 4 = 7$$

$$\Leftrightarrow 7 = 7$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{6\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3e

Gegeben:

$$\sqrt{x-3} + 1 = \sqrt{x+2}$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-3} + 1 = \sqrt{x+2} \quad |(\dots)^2$$

$$(\sqrt{x-3} + 1)^2 = x + 2 \quad | \text{Linke Seite} = 1.\text{Binom}$$

$$x - 3 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{x-3} + 1^2 = x + 2 \quad | \text{vereinfachen}$$

$$x - 3 + 2\sqrt{x-3} + 1 = x + 2 \quad | \text{Konstanten addieren}$$

$$x - 2 + 2\sqrt{x-3} = x + 2 \quad | -x$$

$$-2 + 2\sqrt{x-3} = 2 \quad | +2$$

$$2\sqrt{x-3} = 4 \quad | :2$$

$$\sqrt{x-3} = 2 \quad |(\dots)^2$$

$$x - 3 = 4 \quad | +3$$

$$x = 7$$

Ergebnis: $x = 7$

Probe:

$$\sqrt{7-3} + 1 = \sqrt{7+2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4} + 1 = \sqrt{9}$$

$$\Leftrightarrow 2 + 1 = 3$$

$$\Leftrightarrow 3 = 3$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{7\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3f

Gegeben:

$$\sqrt{x-5} - \sqrt{x+7} = -2$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-5} - \sqrt{x+7} = -2 \quad | +\sqrt{x+7}$$

$$\sqrt{x-5} = \sqrt{x+7} - 2 \quad | (\dots)^2$$

$$x-5 = (\sqrt{x+7} - 2)^2 \quad | \text{Rechte Seite: 2.Binom}$$

$$x-5 = x+7 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{x+7} + 2^2 \quad | \text{Rechte Seite vereinfachen}$$

$$x-5 = x+11 - 4\sqrt{x+7} \quad | -x$$

$$-5 = 11 - 4\sqrt{x+7} \quad | -11$$

$$-16 = -4\sqrt{x+7} \quad | :(-4)$$

$$4 = \sqrt{x+7} \quad | (\dots)^2$$

$$16 = x+7 \quad | -7$$

$$x = 9$$

Ergebnis: $x = 9$

Probe:

$$\sqrt{9-5} - \sqrt{9+7} = -2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4} - \sqrt{16} = -2$$

$$\Leftrightarrow 2 - 4 = -2$$

$$\Leftrightarrow -2 = -2$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{9\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3g

Gegeben:

$$\sqrt{x-10} - \sqrt{x+5} = -3$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-10} - \sqrt{x+5} = -3 \quad | +\sqrt{x+5}$$

$$\sqrt{x-10} = \sqrt{x+5} - 3 \quad | (\dots)^2$$

$$x-10 = (\sqrt{x+5} - 3)^2 \quad | \text{Rechte Seite: 2.Binom anwenden}$$

$$x-10 = x+5 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x+5} + 3^2 \quad | \text{Rechte Seite vereinfachen}$$

$$x-10 = x+14 - 6\sqrt{x+5} \quad | -x$$

$$-10 = 14 - 6\sqrt{x+5} \quad | -14$$

$$-24 = -6\sqrt{x+5} \quad | :(-6)$$

$$4 = \sqrt{x+5} \quad | (\dots)^2$$

$$16 = x+5 \quad | -5$$

$$11 = x$$

Ergebnis: $x = 11$

Probe:

$$\sqrt{11-10} - \sqrt{11+5} = -3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1} - \sqrt{16} = -3$$

$$\Leftrightarrow 1 - 4 = -3$$

$$\Leftrightarrow -3 = -3$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{11\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3h

Gegeben:

$$\sqrt{x+5} - 3 = \sqrt{x+32}$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+5} - 3 = \sqrt{x+32} \quad | (\dots)^2$$

$$(\sqrt{x+5} - 3)^2 = x + 32 \quad | \text{Linke Seite: 2. Binom anwenden}$$

$$x + 5 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x+5} + 3^2 = x + 32 \quad | \text{Linke Seite vereinfachen}$$

$$x + 14 - 6\sqrt{x+5} = x + 32 \quad | -x$$

$$14 - 6\sqrt{x+5} = 32 \quad | -14$$

$$-6\sqrt{x+5} = 18 \quad | :(-6)$$

$$\sqrt{x+5} = -3 \quad | (\dots)^2$$

$$x + 5 = 9 \quad | -5$$

$$x = 4$$

Ergebnis: $x = 4$

Probe:

$$\sqrt{4+5} - 3 = \sqrt{4+32}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9} - 3 = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow 3 - 3 = 6$$

$$\Leftrightarrow 0 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{FALSCH}$$

Lösungsmenge: $L = \{\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3i

Gegeben:

$$\sqrt{x} + 2 = \sqrt{x + 20}$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x} + 2 = \sqrt{x + 20} \quad |(\dots)^2$$

$$(\sqrt{x} + 2)^2 = x + 20 \quad |\text{Linke Seite: 1. Binom}$$

$$x + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{x} + 2^2 = x + 20 \quad |\text{Linke Seite vereinfachen}$$

$$x + 4\sqrt{x} + 4 = x + 20 \quad | -x$$

$$4\sqrt{x} + 4 = 20 \quad | -4$$

$$4\sqrt{x} = 16 \quad | :4$$

$$\sqrt{x} = 4 \quad |(\dots)^2$$

$$x = 16$$

Ergebnis: $x = 16$

Probe:

$$\sqrt{16} + 2 = \sqrt{16 + 20}$$

$$\Leftrightarrow 4 + 2 = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{16\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3j

Gegeben:

$$\sqrt{x+33} = \sqrt{x-2} + 5$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+33} = \sqrt{x-2} + 5 \quad |(\dots)^2$$

$$x+33 = (\sqrt{x-2} + 5)^2 \quad | \text{Rechte Seite} = 1.\text{Binom}$$

$$x+33 = x-2 + 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{x-2} + 5^2 \quad | \text{vereinfachen}$$

$$x+33 = x-2 + 10\sqrt{x-2} + 25 \quad | \text{Konstanten addieren}$$

$$x+33 = x + 10\sqrt{x-2} + 23 \quad | -x$$

$$33 = 10\sqrt{x-2} + 23 \quad | -23$$

$$10 = 10\sqrt{x-2} \quad | :10$$

$$1 = \sqrt{x-2} \quad |(\dots)^2$$

$$1 = x-2 \quad | +2$$

$$3 = x$$

Ergebnis: $x = 3$

Probe:

$$\sqrt{3+33} = \sqrt{3-2} + 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{36} = \sqrt{1} + 5$$

$$\Leftrightarrow 6 = 1 + 5$$

$$\Leftrightarrow 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3k

Gegeben:

$$\sqrt{x-6} - 2 = \sqrt{x+10}$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-6} - 2 = \sqrt{x+10} \quad | \quad (\dots)^2$$

$$(\sqrt{x-6} - 2)^2 = x+10 \quad | \quad \text{Rechte Seite} = 2.\text{Binom anwenden}$$

$$x-6-2 \cdot 2 \cdot \sqrt{x-6} + 2^2 = x+10 \quad | \quad \text{Konstanten addieren}$$

$$x-2-4\sqrt{x-6} = x+10 \quad | \quad -x$$

$$-2-4\sqrt{x-6} = 10 \quad | \quad +2$$

$$-4\sqrt{x-6} = 12 \quad | \quad :(-4)$$

$$\sqrt{x-6} = -3 \quad | \quad (\dots)^2$$

$$x-6 = 9 \quad | \quad +6$$

$$x = 15$$

Ergebnis: $x = 15$

Probe:

$$\sqrt{15-6} - 2 = \sqrt{15+10}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9} - 2 = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow 3 - 2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 1 = 5$$

$$\Leftrightarrow \text{FALSCH}$$

Lösungsmenge: $L = \{\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 3m

Gegeben:

$$\sqrt{x-10} + \sqrt{x+10} = 10$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-10} + \sqrt{x+10} = 10$$

$$| -\sqrt{x+10}$$

$$\sqrt{x-10} = 10 - \sqrt{x+10}$$

$$| (\dots)^2$$

$$x-10 = (10 - \sqrt{x+10})^2$$

| Rechte Seite: 2. Binom anwenden

$$x-10 = 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot \sqrt{x+10} + x+10$$

| Rechte Seite: Konstanten addieren

$$x-10 = 110 - 20 \cdot \sqrt{x+10} + x$$

$$| -x$$

$$-10 = 110 - 20\sqrt{x+10}$$

$$| -110$$

$$-120 = -20\sqrt{x+10}$$

$$| :(-20)$$

$$6 = \sqrt{x+10}$$

$$| (\dots)^2$$

$$36 = x+10$$

$$| -10$$

$$26 = x$$

Ergebnis: $x = 26$

Probe:

$$\sqrt{26-10} + \sqrt{26+10} = 10$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{16} + \sqrt{36} = 10$$

$$\Leftrightarrow 4 + 6 = 10$$

$$\Leftrightarrow 10 = 10$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr}$$

Lösungsmenge: $L = \{26\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4a

$$\text{Gegeben: } \sqrt{x+1} = x-1$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+1} = x-1 \quad | \quad (\dots)^2$$

$$x+1 = (x-1)^2 \quad | \quad \text{Rechte Seite: 2. Binom anwenden}$$

$$x+1 = x^2 - 2x + 1 \quad | \quad -1$$

$$x = x^2 - 2x \quad | \quad -x$$

$$0 = x^2 - 3x$$

Dies ist eine quadratische Gleichung ohne Absolutglied.

Wir wissen, daß man sie durch Ausklammern von x löst:

$$0 = x(x-3)$$

Die beiden Ergebnisse kann man nun ablesen¹:

$$\text{Ergebnis: } x_1=0 \quad x_2=3$$

Probe für $x_1=0$

$$\sqrt{0+1} = 0-1$$

$$\sqrt{1} = -1$$

FALSCH

Probe für $x_2=3$

$$\sqrt{3+1} = 3-1$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

wahr

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{3\}$$

¹ Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens ein Faktor gleich Null ist.

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4b

$$\text{Gegeben: } \sqrt{x-1} = x-7$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-1} = x-7 \quad | \quad (\dots)^2$$

$$x-1 = (x-7)^2 \quad | \quad \text{Rechte Seite: 2. Binom anwenden}$$

$$x-1 = x^2 - 2 \cdot 7 \cdot x + 49 \quad | \quad +1$$

$$x = x^2 - 14x + 50 \quad | \quad -x$$

$$0 = x^2 - 15x + 50$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-15}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-15}{2}\right)^2 - 50}$$

$$x_{1,2} = \frac{15}{2} \pm \sqrt{\frac{(-15)^2}{2^2} - \frac{200}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{15}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4} - \frac{200}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{15}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{15}{2} \pm \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{15}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$\text{Ergebnis: } x_1 = 10 \quad x_2 = 5$$

Probe für $x_1=10$

$$\sqrt{10-1} = 10-7$$

$$3 = 3$$

wahr

Probe für $x_2=5$

$$\sqrt{5-1} = 5-7$$

$$2 = -2$$

FALSCH

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{10\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4c

$$\text{Gegeben: } \sqrt{x+1} + x = 5$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+1} + x = 5 \quad | -x$$

$$\sqrt{x+1} = 5 - x \quad | (\dots)^2$$

$$x+1 = (5-x)^2 \quad | \text{Rechte Seite: 2.Binom anwenden}$$

$$x+1 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot x + x^2 \quad | -1$$

$$x = x^2 - 10x + 24 \quad | -x$$

$$0 = x^2 - 11x + 24$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-11}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-11}{2}\right)^2 - 24}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \sqrt{\frac{(-11)^2}{2^2} - \frac{96}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \sqrt{\frac{121}{4} - \frac{96}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$\text{Ergebnis: } x_1 = 8 \quad x_2 = 3$$

Probe für $x_1=8$

$$\sqrt{8+1} + 8 = 5$$

$$\sqrt{9} + 8 = 5$$

FALSCH

Probe für $x_2=3$

$$\sqrt{3+1} + 3 = 5$$

$$\sqrt{4} + 3 = 5$$

$$2 + 3 = 5$$

wahr

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4d

Gegeben: $\sqrt{x+4} + 2 = x$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x+4} + 2 = x \quad | -2$$

$$\sqrt{x+4} = x - 2 \quad | (\dots)^2$$

$$x + 4 = (x - 2)^2 \quad | \text{Rechte Seite: 2.Binom anwenden}$$

$$x + 4 = x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 \quad | -4$$

$$x = x^2 - 4x \quad | -x$$

$$0 = x^2 - 5x$$

Dies ist eine quadratische Gleichung ohne Absolutglied.

Wir wissen, daß man sie durch Ausklammern von x löst:

$$0 = x(x - 5)$$

Die rechte Seite wird Null, wenn eine der beiden Faktoren zu Null wird. Wir können das Ergebnis ablesen:

Ergebnis: $x_1 = 0 \quad x_2 = 5$

Probe für $x_1=0$

$$\sqrt{0+4} + 2 = 0$$

$$2 + 2 = 0$$

FALSCH

Probe für $x_2=5$

$$\sqrt{5+4} + 2 = 5$$

$$\sqrt{9} + 2 = 5$$

$$3 + 2 = 5$$

wahr

Lösungsmenge: $L = \{5\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4e

$$\text{Gegeben: } \sqrt{x+2}\sqrt{x+7} = 6$$

Lösungsweg:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{x+2}\sqrt{x+7} = 6 & \text{Wurzeln multiplizieren} \\ \sqrt{(x+2)(x+7)} = 6 & \text{Klammern ausmultiplizieren} \\ \sqrt{x^2 + 9x + 14} = 6 & (\dots)^2 \\ x^2 + 9x + 14 = 36 & -36 \\ x^2 + 9x - 22 = 0 & \end{array}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 - (-22)} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{9^2}{2^2} + 22} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} + 22} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{88}{4}} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4}} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{4}} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \frac{13}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Ergebnis: } x_1 = 2 \quad x_2 = -11$$

Probe für $x_1 = 2$

$$\begin{aligned} \sqrt{2+2}\sqrt{2+7} &= 6 \\ \sqrt{4}\sqrt{9} &= 6 \\ 2 \cdot 3 &= 6 \\ 6 &= 6 \\ \text{wahr} \end{aligned}$$

Probe für $x_2 = -11$

$$\sqrt{-11+2}\sqrt{-11+7} = 6$$

Weil die Radikanten negativ sind,
sind die Wurzeln nicht definiert,
und somit ist -11 keine Lösung

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4f

$$\text{Gegeben: } \sqrt{x-1}\sqrt{x+6} = 12$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-1}\sqrt{x+6} = 12 \quad | \text{ Wurzeln multiplizieren}$$

$$\sqrt{(x-1)(x+6)} = 12 \quad | \text{ Klammern ausmultiplizieren}$$

$$\sqrt{x^2 + 5x - 6} = 12 \quad | \text{ } (\dots)^2$$

$$x^2 + 5x - 6 = 144 \quad | - 144$$

$$x^2 + 5x - 150 = 0$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - (-150)}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{5^2}{2^2} + 150}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} + 150}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{600}{4}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{625}{4}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \frac{25}{2}$$

$$\text{Ergebnis: } x_1 = 10 \quad x_2 = -15$$

Probe für $x_1 = 10$

$$\sqrt{10-1}\sqrt{10+6} = 12$$

$$\sqrt{9}\sqrt{16} = 12$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$12 = 12$$

wahr

Probe für $x_2 = -15$

$$\sqrt{-15-1}\sqrt{-15+6} = 12$$

Weil die Radikanten negativ sind,
sind die Wurzeln nicht definiert,
und somit ist -15 keine Lösung

Lösungsmenge: $L = \{10\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4g

$$\text{Gegeben: } \sqrt{x-5}\sqrt{x+3} = 3$$

Lösungsweg:

$$\sqrt{x-5}\sqrt{x+3} = 3 \quad | \text{Wurzeln multiplizieren}$$

$$\sqrt{(x-5)(x+3)} = 3 \quad | \text{Klammern ausmultiplizieren}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 15} = 3 \quad | (\dots)^2$$

$$x^2 - 2x - 15 = 9 \quad | -9$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-24)}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{\frac{(-2)^2}{2^2} + 24}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 24}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{25}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm 5$$

$$\text{Ergebnis: } x_1 = 6 \quad x_2 = -4$$

Probe für $x_1 = 6$

$$\sqrt{6-5}\sqrt{6+3} = 3$$

$$\sqrt{1}\sqrt{9} = 3$$

$$1 \cdot 3 = 3$$

$$3 = 3$$

wahr

Probe für $x_2 = -4$

$$\sqrt{-4-5}\sqrt{-4+3} = 3$$

Weil die Radikanten negativ sind,
sind die Wurzeln nicht definiert,
und somit ist -4 keine Lösung

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{6\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4h

$$\text{Gegeben: } \sqrt[3]{x-5} \cdot \sqrt[3]{x+2} = 2$$

Lösungsweg:

$$\sqrt[3]{x-5} \cdot \sqrt[3]{x+2} = 2 \quad | \text{Wurzeln multiplizieren}$$

$$\sqrt[3]{(x-5)(x+2)} = 2 \quad | \text{Klammern ausmultiplizieren}$$

$$\sqrt[3]{x^2 - 3x - 10} = 2 \quad | (\dots)^3$$

$$x^2 - 3x - 10 = 8 \quad | -8$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - (-18)}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{(-3)^2}{2^2} + 18}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 18}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{72}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{9}{2}$$

$$\text{Ergebnis: } x_1 = 6 \quad x_2 = -3$$

Probe für $x_1 = 6$

$$\sqrt[3]{6-5} \cdot \sqrt[3]{6+2} = 2$$

$$\sqrt[3]{1} \cdot \sqrt[3]{8} = 2$$

$$1 \cdot 2 = 2$$

$$2 = 2$$

wahr

Probe für $x_2 = -3$

$$\sqrt[3]{-3-5} \cdot \sqrt[3]{-3+2} = 2$$

Weil die Radikanten negativ sind,
sind die Wurzeln nicht definiert,
und somit ist -3 keine Lösung

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{6\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4i

$$\sqrt{x+20} = \sqrt{x} + \sqrt{x-12} \quad | \quad (\dots)^2$$

$$x+20 = (\sqrt{x} + \sqrt{x-12})^2 \quad | \quad \text{Rechte Seite: 1. Binom anwenden}$$

$$x+20 = x + 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-12} + x - 12 \quad | \quad -2x$$

$$20 - x = 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-12} - 12 \quad | \quad +12$$

$$32 - x = 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-12} \quad | \quad :2$$

$$16 - \frac{x}{2} = \sqrt{x}\cdot\sqrt{x-12} \quad | \quad \text{Wurzeln multiplizieren}$$

$$16 - \frac{x}{2} = \sqrt{x(x-12)} \quad | \quad \text{Klammer ausmultiplizieren}$$

$$16 - \frac{x}{2} = \sqrt{x^2 - 12x} \quad | \quad (\dots)^2$$

$$\left(16 - \frac{x}{2}\right)^2 = x^2 - 12x \quad | \quad \text{Linke Seite: 2. Binom anwenden}$$

$$256 - 2 \cdot 16 \cdot \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} = x^2 - 12x \quad | \quad \text{umstellen}$$

$$256 - 16x + \frac{x^2}{4} = x^2 - 12x \quad | \quad +16x$$

$$256 + \frac{x^2}{4} = x^2 + 4x \quad | \quad \cdot 4$$

$$1024 + x^2 = 4x^2 + 16x \quad | \quad -x^2$$

$$3x^2 + 16x - 1024 = 0$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit allg. Lösungsformel):

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 4 \cdot 3 \cdot (-1024)}}{2 \cdot 3} = \frac{-16 \pm 112}{6}$$

$$\text{Ergebnis: } x_1 = 16 \quad x_2 = -\frac{128}{6}$$

Probe für $x_1 = 16$

$$\sqrt{16+20} = \sqrt{16} + \sqrt{16-12} \Leftrightarrow \sqrt{36} = \sqrt{16} + \sqrt{4} \Leftrightarrow 6 = 4 + 2 \Leftrightarrow \text{wahr}$$

Probe für $x_2 = -\frac{128}{6}$

$$\sqrt{-\frac{128}{6} + 20} = \sqrt{-\frac{128}{6}} + \sqrt{-\frac{128}{6} - 12}$$

Wurzeln negativ, d.h. nicht definiert

Lösungsmenge: $L = \{16\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4j

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{2x+54} = \sqrt{x+20} + \sqrt{x+4} & | \quad (\dots)^2 \\ 2x+54 = (\sqrt{x+20} + \sqrt{x+4})^2 & | \quad \text{Rechte Seite: 1. Binom anwenden} \\ 2x+54 = x+20 + 2\sqrt{x+20}\cdot\sqrt{x+4} + x+4 & | \quad -2x \\ 54 = 20 + 2\sqrt{x+20}\cdot\sqrt{x+4} + 4 & | \quad -24 \\ 30 = 2\sqrt{x+20}\cdot\sqrt{x+4} & | \quad :2 \\ 15 = \sqrt{x+20}\cdot\sqrt{x+4} & | \quad \text{Wurzeln multiplizieren} \\ 15 = \sqrt{(x+20)(x+4)} & | \quad \text{Klammer ausmultiplizieren} \\ 15 = \sqrt{x^2 + 24x + 80} & | \quad (\dots)^2 \\ 225 = x^2 + 24x + 80 & | \quad -225 \\ x^2 + 24x - 145 = 0 & \end{array}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{24}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{24}{2}\right)^2 - (-145)} \\ x_{1,2} &= -12 \pm \sqrt{\frac{576}{4} + 145} \\ x_{1,2} &= -12 \pm \sqrt{144 + 145} \\ x_{1,2} &= -12 \pm \sqrt{289} \\ x_{1,2} &= -12 \pm 17 \end{aligned}$$

Ergebnis: $x_1 = 5$ $x_2 = -29$

Probe für $x_1 = 5$

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot 5 + 54} &= \sqrt{5 + 20} + \sqrt{5 + 4} \\ \sqrt{64} &= \sqrt{25} + \sqrt{9} \\ 8 &= 5 + 3 \\ &\text{wahr} \end{aligned}$$

Probe für $x_2 = -29$

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot (-29) + 54} &= \sqrt{-29 + 20} + \sqrt{-29 + 4} \\ &\text{Die Wurzeln sind negativ, d.h. nicht definiert,} \\ &\text{und somit ist } -29 \text{ keine Lösung} \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{5\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4k

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{13x+12} = 2\sqrt{x-3} + 3\sqrt{x} & | (\dots)^2 \\ 13x+12 = (2\sqrt{x-3} + 3\sqrt{x})^2 & | \text{Rechte Seite: 1. Binom anwenden} \\ 13x+12 = 4(x-3) + 2 \cdot 2\sqrt{x-3} \cdot 3\sqrt{x} + 9x & | \text{Rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren} \\ 13x+12 = 4x-12 + 12\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x} + 9x & | -13x \\ 12 = -12 + 12\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x} & | +12 \\ 24 = 12\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x} & | :12 \\ 2 = \sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x} & | \text{Wurzeln multiplizieren} \\ 2 = \sqrt{(x-3)x} & | \text{Klammer ausmultiplizieren} \\ 2 = \sqrt{x^2 - 3x} & | (\dots)^2 \\ 4 = x^2 - 3x & | -36 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 & \end{array}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{-3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - (-4)} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{16}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Ergebnis: $x_1 = 4$ $x_2 = -1$

Probe für $x_1 = 4$

$$\begin{aligned} \sqrt{13 \cdot 4 + 12} &= 2\sqrt{4-3} + 3\sqrt{4} \\ \sqrt{64} &= 2\sqrt{1} + 3\sqrt{4} \\ 8 &= 2 + 6 \\ &\text{wahr} \end{aligned}$$

Probe für $x_2 = -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{13 \cdot (-1) + 12} &= 2\sqrt{-1-3} + 3\sqrt{-1} \\ &\text{Die Wurzeln sind negativ,} \\ &\text{d.h. nicht definiert,} \\ &\text{und somit ist } -1 \\ &\text{keine Lösung} \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{4\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4m

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{8x+176} = 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+15} & | \quad (\dots)^2 \\ 8x+176 = (2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+15})^2 & | \quad \text{Rechte Seite: 1. Binom anwenden} \\ 8x+176 = 4(x-1) + 2 \cdot 2\sqrt{x-1} \cdot 2\sqrt{x+15} + 4(x+15) & | \quad \text{Rechte Seite: Klammern ausmultiplizieren} \\ 8x+176 = 4x-4 + 8\sqrt{x-1}\sqrt{x+15} + 4x+60 & | \quad -8x \\ 176 = -4 + 8\sqrt{x-1}\sqrt{x+15} + 60 & | \quad +4 -60 \\ 120 = 8\sqrt{x-1}\sqrt{x+15} & | \quad :8 \\ 15 = \sqrt{x-1}\sqrt{x+15} & | \quad \text{Wurzeln multiplizieren} \\ 15 = \sqrt{(x-1)(x+15)} & | \quad \text{Klammer ausmultiplizieren} \\ 15 = \sqrt{x^2 + 14x - 15} & | \quad (\dots)^2 \\ 225 = x^2 + 14x - 15 & | \quad -225 \\ x^2 + 14x - 240 = 0 & \end{array}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{14}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{14}{2}\right)^2 - (-240)} \\ x_{1,2} &= -7 \pm \sqrt{49 + 240} \\ x_{1,2} &= -7 \pm \sqrt{289} \\ x_{1,2} &= -7 \pm 17 \end{aligned}$$

Ergebnis: $x_1 = 10$ $x_2 = -24$

Probe für $x_1 = 10$	Probe für $x_2 = -24$
$\sqrt{8 \cdot 10 + 176} = 2\sqrt{10-1} + 2\sqrt{10+15}$	$\sqrt{8 \cdot (-24) + 176} = 2\sqrt{-24-1} + 2\sqrt{-24+15}$
$\sqrt{256} = 2\sqrt{9} + 2\sqrt{25}$	Die Wurzeln sind negativ,
$16 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$	d.h. nicht definiert,
$16 = 6 + 10$	und somit ist -1
<i>wahr</i>	<i>keine Lösung</i>

Lösungsmenge: $L = \{10\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4n

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{5x+29} = \sqrt{x+9} + 2\sqrt{x-3} & | (\dots)^2 \\ 5x+29 = (\sqrt{x+9} + 2\sqrt{x-3})^2 & | \text{Rechte Seite: 1. Binom anwenden} \\ 5x+29 = x+9 + 2\sqrt{x+9} \cdot 2\sqrt{x-3} + 4(x-3) & | \text{Rechte Seite: Klammern ausmultiplizieren} \\ 5x+29 = x+9 + 2\sqrt{x+9} \cdot 2\sqrt{x-3} + 4x-12 & | -5x \\ 29 = 9 + 4\sqrt{x+9}\sqrt{x-3} - 12 & | -9 + 12 \\ 32 = 4\sqrt{x+9}\sqrt{x-3} & | :4 \\ 8 = \sqrt{x+9}\sqrt{x-3} & | \text{Wurzeln multiplizieren} \\ 8 = \sqrt{(x+9)(x-3)} & | \text{Klammer ausmultiplizieren} \\ 8 = \sqrt{x^2 + 6x - 27} & | (\dots)^2 \\ 64 = x^2 + 6x - 27 & | -64 \\ x^2 + 6x - 91 = 0 & \end{array}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - (-91)} \\ x_{1,2} &= -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\frac{36}{4} - (-91)} \\ x_{1,2} &= -3 \pm \sqrt{9+91} \\ x_{1,2} &= -3 \pm \sqrt{100} \\ x_{1,2} &= -3 \pm 10 \end{aligned}$$

Ergebnis: $x_1 = 7$ $x_2 = -13$

Probe für $x_1 = 7$	Probe für $x_2 = -13$
$\sqrt{5 \cdot 7 + 29} = \sqrt{7+9} + 2\sqrt{7-3}$	$\sqrt{5 \cdot (-13) + 29} = \sqrt{-13+9} + 2\sqrt{-13-3}$
$\sqrt{64} = \sqrt{16} + 2\sqrt{4}$	Die Wurzeln sind negativ,
$8 = 4 + 2 \cdot 2$	d.h. nicht definiert,
$8 = 4 + 4$	und somit ist -13
<i>wahr</i>	<i>keine Lösung</i>

Lösungsmenge: $L = \{7\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4o

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+4} &= \sqrt{x} + \sqrt{x-12} & | & (\dots)^2 \\ 2x+4 &= (\sqrt{x} + \sqrt{x-12})^2 & | & \text{Rechte Seite: 1. Binom anwenden} \\ 2x+4 &= x + 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-12} + x - 12 & | & -2x \\ 4 &= 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-12} - 12 & | & +12 \\ 16 &= 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-12} & | & :2 \\ 8 &= \sqrt{x}\cdot\sqrt{x-12} & | & \text{Wurzeln multiplizieren} \\ 8 &= \sqrt{x(x-12)} & | & \text{Klammer ausmultiplizieren} \\ 8 &= \sqrt{x^2 - 12x} & | & (\dots)^2 \\ 64 &= x^2 - 12x & | & -64 \\ x^2 - 12x - 64 &= 0\end{aligned}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{-12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-12}{2}\right)^2 - (-64)} \\ x_{1,2} &= 6 \pm \sqrt{\frac{144}{4} + \frac{256}{4}} \\ x_{1,2} &= 6 \pm \sqrt{\frac{400}{4}} \\ x_{1,2} &= 6 \pm 10\end{aligned}$$

Ergebnis: $x_1 = 16$ $x_2 = -4$

Probe für $x_1 = 16$

$$\begin{aligned}\sqrt{2 \cdot 16 + 4} &= \sqrt{16} + \sqrt{16 - 12} \\ \sqrt{36} &= \sqrt{16} + \sqrt{4} \\ 6 &= 4 + 2 \\ \text{wahr}\end{aligned}$$

Probe für $x_2 = -4$

$$\begin{aligned}\sqrt{2 \cdot (-4) + 4} &= \sqrt{(-4)} + \sqrt{(-4) - 12} \\ \text{Die Wurzeln sind negativ,} \\ \text{d.h. nicht definiert,} \\ \text{und somit ist } -4 \\ \text{keine Lösung}\end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{16\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4p

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{2x+21} = \sqrt{x+2} + \sqrt{x+7} & | \quad (\dots)^2 \\ 2x+21 = (\sqrt{x+2} + \sqrt{x+7})^2 & | \quad \text{Rechte Seite: 1. Binom anwenden} \\ 2x+21 = x+2 + 2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{x+7} + x+7 & | \quad -2x \\ 21 = 2 + 2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{x+7} + 7 & | \quad -9 \\ 12 = 2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{x+7} & | \quad :2 \\ 6 = \sqrt{x+2}\cdot\sqrt{x+7} & | \quad \text{Wurzeln multiplizieren} \\ 6 = \sqrt{(x+2)(x+7)} & | \quad \text{Klammer ausmultiplizieren} \\ 6 = \sqrt{x^2 + 9x + 14} & | \quad (\dots)^2 \\ 36 = x^2 + 9x + 14 & | \quad -36 \\ x^2 + 9x - 22 = 0 & \end{array}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 - (-22)} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{9^2}{2^2} + 22} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{88}{4}} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4}} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{4}} \\ x_{1,2} &= -\frac{9}{2} \pm \frac{13}{2} \end{aligned}$$

Ergebnis: $x_1 = 2$ $x_2 = -11$

Probe für $x_1 = 2$

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot 2 + 21} &= \sqrt{2+2} + \sqrt{2+7} \\ \sqrt{25} &= \sqrt{4} + \sqrt{9} \\ 5 &= 2 + 3 \\ 5 &= 5 \\ \text{wahr} \end{aligned}$$

Probe für $x_2 = -11$

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot (-11) + 21} &= \sqrt{-11+2} + \sqrt{-11+7} \\ \text{Die Wurzeln sind negativ,} \\ \text{d.h. nicht definiert,} \\ \text{und somit ist } -11 \\ \text{keine Lösung} \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{2\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4q

$$\begin{aligned}\sqrt{5x+19} &= \sqrt{x+7} + 2\sqrt{x-5} & | & (\dots)^2 \\ 5x+19 &= (\sqrt{x+7} + 2\sqrt{x-5})^2 & | & \text{Rechte Seite: 1. Binom anwenden} \\ 5x+19 &= x+7 + 2\sqrt{x+7} \cdot 2\sqrt{x-5} + 4(x-5) & | & \text{Rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren} \\ 5x+19 &= x+7 + 4\sqrt{x+7}\sqrt{x-5} + 4x-20 & | & -5x \\ 19 &= 7 + 4\sqrt{x+7}\sqrt{x-5} - 20 & | & -7 + 20 \\ 32 &= 4\sqrt{x+7}\sqrt{x-5} & | & :4 \\ 8 &= \sqrt{x+7}\sqrt{x-5} & | & \text{Wurzeln multiplizieren} \\ 8 &= \sqrt{(x+7)(x-5)} & | & \text{Klammer ausmultiplizieren} \\ 8 &= \sqrt{x^2 + 2x - 35} & | & (\dots)^2 \\ 64 &= x^2 + 2x - 35 & | & -64 \\ x^2 + 2x - 99 &= 0\end{aligned}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-99)} \\ x_{1,2} &= -1 \pm \sqrt{\frac{2^2}{2^2} + 99} \\ x_{1,2} &= -1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 99} \\ x_{1,2} &= -1 \pm \sqrt{1 + 99} \\ x_{1,2} &= -1 \pm \sqrt{100} \\ x_{1,2} &= -1 \pm 10\end{aligned}$$

Ergebnis: $x_1 = 9$ $x_2 = -11$

Probe für $x_1 = 9$

$$\begin{aligned}\sqrt{5 \cdot 9 + 19} &= \sqrt{9 + 7} + 2\sqrt{9 - 5} \\ \sqrt{64} &= \sqrt{16} + 2\sqrt{4} \\ 8 &= 4 + 2 \cdot 2 \\ 8 &= 8 \\ \text{wahr}\end{aligned}$$

Probe für $x_2 = -11$

$$\begin{aligned}\sqrt{5 \cdot (-11) + 19} &= \sqrt{-11 + 7} + 2\sqrt{-11 - 5} \\ \text{Die Wurzeln sind negativ,} \\ \text{d.h. nicht definiert,} \\ \text{und somit ist } -11 \\ \text{keine Lösung}\end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{9\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 4r

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{4x-9} + \sqrt{6x-7} = \sqrt{5x-3} + \sqrt{5x-13} & | \quad (\dots)^2 \\ (\sqrt{4x-9} + \sqrt{6x-7})^2 = (\sqrt{5x-3} + \sqrt{5x-13})^2 & | \quad \text{Rechte bzw. linke Seite:} \\ & | \quad \text{1. Binom anwenden} \\ 4x-9 + 2\sqrt{4x-9}\sqrt{6x-7} + 6x-7 = 5x-3 + 2\sqrt{5x-3}\sqrt{5x-13} + 5x-13 & | \quad -10x \\ -9 + 2\sqrt{4x-9}\sqrt{6x-7} - 7 = -3 + 2\sqrt{5x-3}\sqrt{5x-13} - 13 & | \quad -16 \\ 2\sqrt{4x-9}\sqrt{6x-7} = 2\sqrt{5x-3}\sqrt{5x-13} & | \quad :2 \\ \sqrt{4x-9}\sqrt{6x-7} = \sqrt{5x-3}\sqrt{5x-13} & | \quad \text{Wurzeln multiplizieren} \\ \sqrt{(4x-9)(6x-7)} = \sqrt{(5x-3)(5x-13)} & | \quad \text{Klammer ausmultiplizieren} \\ \sqrt{24x^2 - 28x - 54x + 63} = \sqrt{25x^2 - 65x - 15x + 39} & | \\ \sqrt{24x^2 - 82x + 63} = \sqrt{25x^2 - 80x + 39} & | \quad (\dots)^2 \\ 24x^2 - 82x + 63 = 25x^2 - 80x + 39 & | \quad -24x^2 \\ -82x + 63 = x^2 - 80x + 39 & | \quad +82x \\ 63 = x^2 + 2x + 39 & | \quad -63 \\ x^2 + 2x - 24 = 0 & | \end{array}$$

Nun die quadratische Gleichung lösen (mit der p-q-Formel):

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-24)}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{\frac{2^2}{2^2} + 24}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 24}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 + 24}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{25}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm 5$$

Ergebnis: $x_1 = 4$ $x_2 = -6$

Probe für $x_1 = 4$

$$\sqrt{4 \cdot 4 - 9} + \sqrt{6 \cdot 4 - 7} = \sqrt{5 \cdot 4 - 3} + \sqrt{5 \cdot 4 - 13}$$

$$\sqrt{7} + \sqrt{17} = \sqrt{17} + \sqrt{7}$$

wahr

Probe für $x_2 = -6$

$$\sqrt{4(-6) - 9} + \sqrt{6(-6) - 7} = \sqrt{5(-6) - 3} + \sqrt{5(-6) - 13}$$

Die Wurzeln sind negativ, d.h. nicht definiert,
und somit ist -6 keine Lösung

Lösungsmenge: $L = \{4\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5a

Gegeben:

$$\begin{aligned}\sqrt{2x + \sqrt{4x - 3}} &= 3 && | \text{quadrieren} \\ (\sqrt{2x + \sqrt{4x - 3}})^2 &= 3^2 && | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf} \\ 2x + \sqrt{4x - 3} &= 9 && | -2x \quad (\text{Wurzel isolieren}) \\ \sqrt{4x - 3} &= 9 - 2x && | \text{quadrieren} \\ 4x - 3 &= (9 - 2x)^2 && | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ 4x - 3 &= 81 - 36x + 4x^2 && | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -4x + 3 \\ 0 &= 84 - 40x + 4x^2 && | \text{Seiten tauschen} \\ 4x^2 - 40x + 84 &= 0 && | \text{mit 4 kürzen} \\ x^2 - 10x + 21 &= 0 && | \text{Dies ist eine Quadratische Gleichung in Normalform}\end{aligned}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{(-10)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-10)}{2}\right)^2 - 21} \\ x_{1,2} &= 5 \pm \sqrt{4} \\ x_{1,2} &= 5 \pm 2 \\ x_{1,2} &= 3 \vee 7\end{aligned}$$

Probe für x=3

$$\begin{aligned}\sqrt{2 \cdot 3 + \sqrt{4 \cdot 3 - 3}} &= 3 \\ \sqrt{6 + \sqrt{9}} &= 3 \\ \sqrt{9} &= 3 \\ 3 &= 3 \quad \text{WAHRE AUSSAGE}\end{aligned}$$

Probe für x=7

$$\begin{aligned}\sqrt{2 \cdot 7 + \sqrt{4 \cdot 7 - 3}} &= 3 \\ \sqrt{14 + \sqrt{25}} &= 3 \\ \sqrt{14 + 5} &= 3 \\ \sqrt{19} &= 3 \quad \text{FALSCHER AUSSAGE}\end{aligned}$$

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5b

Gegeben:

$$\sqrt{x + \sqrt{x+5}} = 1 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x + \sqrt{x+5}} = 1\right)^2 = 1^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x + \sqrt{x+5} = 1 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{x+5} = 1 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$x + 5 = (1 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$x + 5 = 1 - 2x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -x - 5$$

$$0 = -4 - 3x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-3)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-3)}{2}\right)^2 - (-4)}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{16}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x_{1,2} = 4 \vee -1$$

Probe für $x=4$

$$\sqrt{4 + \sqrt{4+5}} = 1$$

$$\sqrt{4+3} = 1$$

$$\sqrt{7} = 1 \quad \text{FALSCHER AUSSAGE}$$

Probe für $x= -1$

$$\sqrt{-1 + \sqrt{-1+5}} = 1$$

$$\sqrt{-1+2} = 1$$

$$1=1 \quad \text{WAHRE AUSSAGE}$$

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{-1\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5c

Gegeben:

$$\begin{aligned}\sqrt{5x + \sqrt{10x + 6}} &= 3 && | \text{quadrieren} \\ (\sqrt{5x + \sqrt{10x + 6}})^2 &= 3^2 && | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf} \\ 5x + \sqrt{10x + 6} &= 9 && | -5x \quad (\text{Wurzel isolieren}) \\ \sqrt{10x + 6} &= 9 - 5x && | \text{quadrieren} \\ 10x + 6 &= (9 - 5x)^2 && | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ 10x + 6 &= 81 - 90x + 25x^2 && | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -10x - 6 \\ 0 &= 75 - 100x + 25x^2 && | \text{Seiten tauschen} \\ 25x^2 - 100x + 75 &= 0 && | \text{beide Seiten durch 25 teilen} \\ x^2 - 4x + 3 &= 0 && | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}\end{aligned}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2 - 3} \\ x_{1,2} &= 2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} - 3} \\ x_{1,2} &= 2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} - \frac{12}{4}} \\ x_{1,2} &= 2 \pm 1 \\ x_{1,2} &= 3 \vee 1\end{aligned}$$

Probe für $x=3$

$$\sqrt{5 \cdot 3 + \sqrt{10 \cdot 3 + 6}} = 3$$

$$\sqrt{15 + 6} = 3$$

$$\sqrt{21} = 3$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=1$

$$\sqrt{5 \cdot 1 + \sqrt{10 \cdot 1 + 6}} = 3$$

$$\sqrt{5 + 4} = 3$$

$$3 = 3$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{1\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5d

Gegeben:

$$6\sqrt{x - \sqrt{2x - 8}} = 12 \quad | :6$$

$$\sqrt{x - \sqrt{2x - 8}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x - \sqrt{2x - 8}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x - \sqrt{2x - 8} = 4 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$-\sqrt{2x - 8} = 4 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$2x - 8 = (4 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$2x - 8 = 16 - 8x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -2x + 8$$

$$0 = 24 - 10x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-10)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-10)}{2}\right)^2 - 24}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 24}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25 - 24}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm 1$$

$$x_{1,2} = 6 \vee 4$$

Probe für x=6

$$6\sqrt{6 - \sqrt{2 \cdot 6 - 8}} = 12$$

$$6\sqrt{6 - 2} = 12$$

$$6\sqrt{4} = 12$$

$$12 = 12 \quad \text{WAHRE AUSSAGE}$$

Probe für x= 4

$$6\sqrt{4 - \sqrt{2 \cdot 4 - 8}} = 12$$

$$6\sqrt{4 + 0} = 12$$

$$12 = 12 \quad \text{WAHRE AUSSAGE}$$

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{4; 6\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5e

Gegeben:

$$\sqrt{x - \sqrt{4x - 7}} = 1 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x - \sqrt{4x - 7}}\right)^2 = 1^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x - \sqrt{4x - 7} = 1 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$-\sqrt{4x - 7} = 1 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$4x - 7 = (1 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$4x - 7 = 1 - 2x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -4x + 7$$

$$0 = 8 - 6x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-6)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-6)}{2}\right)^2 - 8}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} - 8}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{1}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm 1$$

$$x_{1,2} = 4 \vee 2$$

Probe für x=4

$$\sqrt{4 - \sqrt{4 \cdot 4 - 7}} = 1$$

$$\sqrt{4 - 3} = 1$$

$$\sqrt{1} = 1$$

1=1 WAHRE AUSSAGE

Probe für x= 2

$$\sqrt{2 - \sqrt{4 \cdot 2 - 7}} = 1$$

$$\sqrt{2 - \sqrt{1}} = 1$$

$$\sqrt{1} = 1$$

1=1 WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{2; 4\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5f

Gegeben:

$$\sqrt{2x} + \sqrt{8x-4} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{2x} + \sqrt{8x-4}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$2x + \sqrt{8x-4} = 4 \quad | -2x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{8x-4} = 4 - 2x \quad | \text{quadrieren}$$

$$8x - 4 = (4 - 2x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$8x - 4 = 16 - 16x + 4x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -8x + 4$$

$$0 = 20 - 24x + 4x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$4x^2 - 24x + 20 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-6)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-6)}{2}\right)^2 - 5}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} - 5}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm 2$$

$$x_{1,2} = 5 \vee 1$$

Probe für x=5

$$\sqrt{2 \cdot 5} + \sqrt{8 \cdot 5 - 4} = 2$$

$$\sqrt{10} + 6 = 2$$

$$\sqrt{16} = 2$$

$$4 = 2$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für x= 1

$$\sqrt{2 \cdot 1} + \sqrt{8 \cdot 1 - 4} = 2$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{8-4} = 2$$

$$\sqrt{2+2} = 2$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{1\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5g

Gegeben:

$$7\sqrt{x + \sqrt{2x - 5}} = 14 \quad | :7$$

$$\sqrt{x + \sqrt{2x - 5}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x + \sqrt{2x - 5}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x + \sqrt{2x - 5} = 4 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{2x - 5} = 4 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$2x - 5 = (4 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$2x - 5 = 16 - 8x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -2x + 5$$

$$0 = 21 - 10x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-10)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-10)}{2}\right)^2 - 21}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 21}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25 - 21}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm 2$$

$$x_{1,2} = 7 \vee 3$$

Probe für x=7

$$7\sqrt{7 + \sqrt{2 \cdot 7 - 5}} = 14$$

$$7\sqrt{7 + \sqrt{9}} = 14$$

$$7\sqrt{10} = 14$$

$$\sqrt{10} = 2$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für x=3

$$7\sqrt{3 + \sqrt{2 \cdot 3 - 5}} = 14$$

$$7\sqrt{3 + \sqrt{1}} = 14$$

$$7\sqrt{3 + 1} = 14$$

$$7\sqrt{4} = 14$$

$$14 = 14$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{3\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5h

Gegeben:

$$\begin{aligned}\sqrt{2x - \sqrt{4x - 3}} &= 3 && | \text{quadrieren} \\ (\sqrt{2x - \sqrt{4x - 3}})^2 &= 3^2 && | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf} \\ 2x - \sqrt{4x - 3} &= 9 && | -2x \quad (\text{Wurzel isolieren}) \\ -\sqrt{4x - 3} &= 9 - 2x && | \text{quadrieren} \\ 4x - 3 &= (9 - 2x)^2 && | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ 4x - 3 &= 81 - 36x + 4x^2 && | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -4x + 3 \\ 0 &= 84 - 40x + 4x^2 && | \text{Seiten tauschen} \\ 4x^2 - 40x + 84 &= 0 && | :4 \\ x^2 - 10x + 21 &= 0 && | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}\end{aligned}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{(-10)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-10)}{2}\right)^2 - 21} \\ x_{1,2} &= 5 \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 21} \\ x_{1,2} &= 5 \pm \sqrt{25 - 21} \\ x_{1,2} &= 5 \pm \sqrt{4} \\ x_{1,2} &= 5 \pm 2 \\ x_{1,2} &= 7 \vee 3\end{aligned}$$

Probe für $x=7$

$$\begin{aligned}\sqrt{2 \cdot 7 - \sqrt{4 \cdot 7 - 3}} &= 3 \\ \sqrt{14 - \sqrt{25}} &= 3 \\ \sqrt{14 - 5} &= 3 \\ \sqrt{9} &= 3 \\ 3 &= 3 \\ \text{WAHRE AUSSAGE}\end{aligned}$$

Probe für $x=3$

$$\begin{aligned}\sqrt{2 \cdot 3 - \sqrt{4 \cdot 3 - 3}} &= 3 \\ \sqrt{6 - \sqrt{9}} &= 3 \\ \sqrt{6 - 3} &= 3 \\ \sqrt{3} &= 3 \\ \text{FALSCHE AUSSAGE}\end{aligned}$$

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{7\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5i

Gegeben:

$$\sqrt{x + \sqrt{4x - 4}} = 1 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x + \sqrt{4x - 4}}\right)^2 = 1^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x + \sqrt{4x - 4} = 1 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{4x - 4} = 1 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$4x - 4 = (1 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$4x - 4 = 1 - 2x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -4x + 4$$

$$0 = 5 - 6x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-6)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-6)}{2}\right)^2 - 5}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} - 5}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm 2$$

$$x_{1,2} = 5 \vee 1$$

Probe für x=5

$$\sqrt{5 + \sqrt{4 \cdot 5 - 4}} = 1$$

$$\sqrt{5 + \sqrt{16}} = 1$$

$$\sqrt{5 + 4} = 1$$

$$\sqrt{9} = 1$$

$$3 = 1$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für x= 1

$$\sqrt{x + \sqrt{4x - 4}} = 1$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{4 \cdot 1 - 4}} = 1$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{0}} = 1$$

$$\sqrt{1 + 0} = 1$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{1\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5j

Gegeben:

$$\sqrt{x + \sqrt{x-2}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x + \sqrt{x-2}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x + \sqrt{x-2} = 4 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{x-2} = 4-x \quad | \text{quadrieren}$$

$$x-2 = (4-x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$x-2 = 16-8x+x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -x+2$$

$$0 = 18-9x+x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-9)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-9)}{2}\right)^2 - 18}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - 18}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{72}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$x_{1,2} = 6 \vee 3$$

Probe für $x=6$

$$\sqrt{6 + \sqrt{6-2}} = 2$$

$$\sqrt{6 + \sqrt{4}} = 2$$

$$\sqrt{6+2} = 2$$

$$\sqrt{8} = 2$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=3$

$$\sqrt{3 + \sqrt{3-2}} = 2$$

$$\sqrt{3 + \sqrt{1}} = 2$$

$$\sqrt{3+1} = 2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5k

Gegeben:

$$\sqrt{x - \sqrt{x - 4}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x - \sqrt{x - 4}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x - \sqrt{x - 4} = 4 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{x - 4} = 4 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$x - 4 = (4 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$x - 4 = 16 - 8x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -x + 4$$

$$0 = 20 - 9x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-9)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-9)}{2}\right)^2 - 20}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - 20}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{80}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_{1,2} = 5 \vee 4$$

Probe für $x=5$

$$\sqrt{5 - \sqrt{5 - 4}} = 2$$

$$\sqrt{5 - \sqrt{1}} = 2$$

$$\sqrt{5 - 1} = 2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=4$

$$\sqrt{4 - \sqrt{4 - 4}} = 2$$

$$\sqrt{4 + \sqrt{0}} = 2$$

$$\sqrt{4 + 0} = 2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung: $L = \{4; 5\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5L

Gegeben:

$$3\sqrt{x+\sqrt{x-4}} = 6 \quad | :3$$

$$\sqrt{x+\sqrt{x-4}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{x-4}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x + \sqrt{x-4} = 4 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{x-4} = 4-x \quad | \text{quadrieren}$$

$$x-4 = (4-x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$x-4 = 16-8x+x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -x+4$$

$$0 = 20-9x+x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2-9x+20=0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-9)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-9)}{2}\right)^2 - 20}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - 20}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{80}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_{1,2} = 5 \vee 4$$

Probe für $x=5$

$$3\sqrt{5+\sqrt{5-4}} = 6$$

$$3\sqrt{5+\sqrt{1}} = 6$$

$$3\sqrt{5+1} = 6$$

$$3\sqrt{6} = 6 \quad | :3$$

$$\sqrt{6} = 2$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=4$

$$3\sqrt{4+\sqrt{4-4}} = 6$$

$$3\sqrt{4+\sqrt{0}} = 6$$

$$3\sqrt{4+0} = 6$$

$$3\sqrt{4} = 6$$

$$6 = 6$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{4\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5m

Gegeben:

$$\sqrt{x + \sqrt{2x + 6}} = 1 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x + \sqrt{2x + 6}}\right)^2 = 1^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x + \sqrt{2x + 6} = 1 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{2x + 6} = 1 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$2x + 6 = (1 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$2x + 6 = 1 - 2x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -2x - 6$$

$$0 = -5 - 4x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2 - (-5)}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} + 5}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 + 5}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm 3$$

$$x_{1,2} = 5 \vee -1$$

Probe für $x=5$

$$\sqrt{5 + \sqrt{2 \cdot 5 + 6}} = 1$$

$$\sqrt{5 + \sqrt{16}} = 1$$

$$\sqrt{5 + 4} = 1$$

$$\sqrt{9} = 1$$

$$3 = 1$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=-1$

$$\sqrt{-1 + \sqrt{2 \cdot (-1) + 6}} = 1$$

$$\sqrt{-1 + \sqrt{-2 + 6}} = 1$$

$$\sqrt{-1 + \sqrt{4}} = 1$$

$$\sqrt{-1 + 2} = 1$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5n

Gegeben:

$$\sqrt{2x + \sqrt{4x - 8}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{2x + \sqrt{4x - 8}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$2x + \sqrt{4x - 8} = 4 \quad | -2x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{4x - 8} = 4 - 2x \quad | \text{quadrieren}$$

$$4x - 8 = (4 - 2x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$4x - 8 = 16 - 16x + 4x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -4x + 8$$

$$0 = 24 - 20x + 4x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$4x^2 - 20x + 24 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-5)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-5)}{2}\right)^2 - 6}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_{1,2} = 3 \vee 2$$

Probe für $x=3$

$$\sqrt{2 \cdot 3 + \sqrt{4 \cdot 3 - 8}} = 2$$

$$\sqrt{6 + \sqrt{4}} = 2$$

$$\sqrt{6 + 2} = 2$$

$$\sqrt{8} = 2$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=2$

$$\sqrt{2 \cdot 2 + \sqrt{4 \cdot 2 - 8}} = 2$$

$$\sqrt{4 + \sqrt{0}} = 2$$

$$\sqrt{4 + 0} = 2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5o

Gegeben:

$$\sqrt{x - \sqrt{3x - 5}} = 1 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x - \sqrt{3x - 5}}\right)^2 = 1^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x - \sqrt{3x - 5} = 1 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$-\sqrt{3x - 5} = 1 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$3x - 5 = (1 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$3x - 5 = 1 - 2x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -3x + 5$$

$$0 = 6 - 5x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-5)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-5)}{2}\right)^2 - 6}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_{1,2} = 3 \vee 2$$

Probe für $x=3$

$$\sqrt{3 - \sqrt{3 \cdot 3 - 5}} = 1$$

$$\sqrt{3 - \sqrt{4}} = 1$$

$$\sqrt{3 - 2} = 1$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=2$

$$\sqrt{2 - \sqrt{3 \cdot 2 - 5}} = 1$$

$$\sqrt{2 - \sqrt{1}} = 1$$

$$\sqrt{2 - 1} = 1$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{2; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5p

Gegeben:

$$\sqrt{x + \sqrt{6x - 6}} = 1 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x + \sqrt{6x - 6}}\right)^2 = 1^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x + \sqrt{6x - 6} = 1 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$-\sqrt{6x - 6} = 1 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$6x - 6 = (1 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$6x - 6 = 1 - 2x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -6x + 6$$

$$0 = 7 - 8x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-8)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-8)}{2}\right)^2 - 7}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 7}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm 3$$

$$x_{1,2} = 7 \vee 1$$

Probe für $x=7$

$$\sqrt{7 + \sqrt{6 \cdot 7 - 6}} = 1$$

$$\sqrt{7 + \sqrt{36}} = 1$$

$$\sqrt{7 + 6} = 1$$

$$\sqrt{13} = 1$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=1$

$$\sqrt{1 + \sqrt{6 \cdot 1 - 6}} = 1$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{0}} = 1$$

$$\sqrt{1 + 0} = 1$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5q

Gegeben:

$$3\sqrt{x - \sqrt{5x - 9}} = 3 \quad | :3$$

$$\sqrt{x - \sqrt{5x - 9}} = 1 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x - \sqrt{5x - 9}}\right)^2 = 1^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x - \sqrt{5x - 9} = 1 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$-\sqrt{5x - 9} = 1 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$5x - 9 = (1 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$5x - 9 = 1 - 2x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -5x + 9$$

$$0 = 10 - 7x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-7)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-7)}{2}\right)^2 - 10}$$

$$x_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{40}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$x_{1,2} = 5 \vee 2$$

Probe für $x=5$

$$3\sqrt{5 - \sqrt{5 \cdot 5 - 9}} = 3$$

$$3\sqrt{5 - \sqrt{16}} = 3$$

$$3\sqrt{5 - 4} = 3$$

$$3\sqrt{1} = 3$$

$$3 = 3$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=2$

$$3\sqrt{2 - \sqrt{5 \cdot 2 - 9}} = 3$$

$$3\sqrt{2 - \sqrt{1}} = 3$$

$$3\sqrt{2 - 1} = 3$$

$$3\sqrt{1} = 3$$

$$3 = 3$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{2; 5\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5r

Gegeben:

$$\begin{aligned}\sqrt{3x + \sqrt{3x - 2}} &= 2 && | \text{quadrieren} \\ (\sqrt{3x + \sqrt{3x - 2}})^2 &= 2^2 && | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf} \\ 3x + \sqrt{3x - 2} &= 4 && | -3x \quad (\text{Wurzel isolieren}) \\ \sqrt{3x - 2} &= 4 - 3x && | \text{quadrieren} \\ 3x - 2 &= (4 - 3x)^2 && | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ 3x - 2 &= 16 - 24x + 9x^2 && | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -3x + 2 \\ 0 &= 18 - 27x + 9x^2 && | \text{Seiten tauschen} \\ 9x^2 - 27x + 18 &= 0 && | :9 \\ x^2 - 3x + 2 &= 0 && | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}\end{aligned}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{(-3)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 2} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{8}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} \\ x_{1,2} &= 2 \vee 1\end{aligned}$$

Probe für $x=2$

$$\begin{aligned}\sqrt{3 \cdot 2 + \sqrt{3 \cdot 2 - 2}} &= 2 \\ \sqrt{6 + \sqrt{4}} &= 2 \\ \sqrt{6 + 2} &= 2 \\ \sqrt{8} &= 2\end{aligned}$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=1$

$$\begin{aligned}\sqrt{3 \cdot 1 + \sqrt{3 \cdot 1 - 2}} &= 2 \\ \sqrt{3 + \sqrt{1}} &= 2 \\ \sqrt{3 + 1} &= 2 \\ \sqrt{4} &= 2\end{aligned}$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5s

Gegeben:

$$\sqrt{x + \sqrt{2x - 5}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x + \sqrt{2x - 5}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x + \sqrt{2x - 5} = 4 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$\sqrt{2x - 5} = 4 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$2x - 5 = (4 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$2x - 5 = 16 - 8x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -2x + 5$$

$$0 = 21 - 10x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-10)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-10}{2}\right)^2 - 21}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25 - 21}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm 2$$

$$x_{1,2} = 7 \vee 3$$

Probe für $x=7$

$$\sqrt{7 + \sqrt{2 \cdot 7 - 5}} = 2$$

$$\sqrt{7 + \sqrt{14 - 5}} = 2$$

$$\sqrt{7 + \sqrt{9}} = 2$$

$$\sqrt{7 + 3} = 2$$

$$\sqrt{10} = 2$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=3$

$$\sqrt{3 + \sqrt{2 \cdot 3 - 5}} = 2$$

$$\sqrt{3 + \sqrt{1}} = 2$$

$$\sqrt{3 + 1} = 2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5t

Gegeben:

$$\begin{aligned}\sqrt{3x + \sqrt{9x - 9}} &= 3 && | \text{quadrieren} \\ (\sqrt{3x + \sqrt{9x - 9}})^2 &= 3^2 && | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf} \\ 3x + \sqrt{9x - 9} &= 9 && | -3x \quad (\text{Wurzel isolieren}) \\ \sqrt{9x - 9} &= 9 - 3x && | \text{quadrieren} \\ 9x - 9 &= (9 - 3x)^2 && | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ 9x - 9 &= 81 - 54x + 9x^2 && | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -9x + 9 \\ 0 &= 90 - 63x + 9x^2 && | \text{Seiten tauschen} \\ 9x^2 - 63x + 90 &= 0 && | :9 \\ x^2 - 7x + 10 &= 0 && | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}\end{aligned}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{(-7)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7}{2}\right)^2 - 10} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - 10} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{40}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \frac{3}{2} \\ x_{1,2} &= 5 \vee 2\end{aligned}$$

Probe für $x=5$

$$\begin{aligned}\sqrt{3 \cdot 5 + \sqrt{9 \cdot 5 - 9}} &= 3 \\ \sqrt{15 + \sqrt{36}} &= 3 \\ \sqrt{15 + 6} &= 3 \\ \sqrt{21} &= 3\end{aligned}$$

FALSCHER AUSSAGE

Probe für $x=2$

$$\begin{aligned}\sqrt{3 \cdot 2 + \sqrt{9 \cdot 2 - 9}} &= 3 \\ \sqrt{6 + \sqrt{9}} &= 3 \\ \sqrt{6 + 3} &= 3 \\ \sqrt{9} &= 3\end{aligned}$$

$$3 = 3$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5u

Gegeben:

$$\begin{aligned}\sqrt{x + \sqrt{2x - 8}} &= 2 && | \text{quadrieren} \\ \left(\sqrt{x + \sqrt{2x - 8}}\right)^2 &= 2^2 && | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf} \\ x + \sqrt{2x - 8} &= 4 && | -x \quad (\text{Wurzel isolieren}) \\ \sqrt{2x - 8} &= 4 - x && | \text{quadrieren} \\ 2x - 8 &= (4 - x)^2 && | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ 2x - 8 &= 16 - 8x + x^2 && | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -2x + 8 \\ 0 &= 24 - 10x + x^2 && | \text{Seiten tauschen} \\ x^2 - 10x + 24 &= 0 && | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}\end{aligned}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{(-10)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-10}{2}\right)^2 - 24} \\ x_{1,2} &= 5 \pm \sqrt{25 - 24} \\ x_{1,2} &= 5 \pm \sqrt{1} \\ x_{1,2} &= 5 \pm 1 \\ x_{1,2} &= 6 \vee 4\end{aligned}$$

Probe für $x=6$

$$\begin{aligned}\sqrt{6 + \sqrt{2 \cdot 6 - 8}} &= 2 \\ \sqrt{6 + \sqrt{4}} &= 2 \\ \sqrt{6 + 2} &= 2 \\ \sqrt{8} &= 2 \\ \text{FALSCHER AUSSAGE}\end{aligned}$$

Probe für $x=4$

$$\begin{aligned}\sqrt{4 + \sqrt{2 \cdot 4 - 8}} &= 2 \\ \sqrt{4 + \sqrt{0}} &= 2 \\ \sqrt{4 + 0} &= 2 \\ 2 &= 2 \\ \text{WAHRE AUSSAGE}\end{aligned}$$

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{4\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5v

Gegeben:

$$5\sqrt{x - \sqrt{3x - 8}} = 10 \quad | :5$$

$$\sqrt{x - \sqrt{3x - 8}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{x - \sqrt{3x - 8}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$x - \sqrt{3x - 8} = 4 \quad | -x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$-\sqrt{3x - 8} = 4 - x \quad | \text{quadrieren}$$

$$3x - 8 = (4 - x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$3x - 8 = 16 - 8x + x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -3x + 8$$

$$0 = 24 - 11x + x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-11)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-11}{2}\right)^2 - 24}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \sqrt{\frac{121}{4} - 24}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \sqrt{\frac{121}{4} - \frac{96}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x_{1,2} = 8 \vee 3$$

Probe für $x=8$

$$5\sqrt{8 - \sqrt{3 \cdot 8 - 8}} = 10$$

$$5\sqrt{8 - \sqrt{16}} = 10$$

$$5\sqrt{8 - 4} = 10$$

$$5 \cdot 2 = 10$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=3$

$$5\sqrt{3 - \sqrt{3 \cdot 3 - 8}} = 10$$

$$5\sqrt{3 - \sqrt{1}} = 10$$

$$5\sqrt{2} = 10 \quad | :5$$

$$\sqrt{2} = 2$$

FALSCH AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{8\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5w

Gegeben:

$$\begin{aligned}\sqrt{3x - \sqrt{9x - 9}} &= 3 && | \text{quadrieren} \\ (\sqrt{3x - \sqrt{9x - 9}})^2 &= 3^2 && | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf} \\ 3x - \sqrt{9x - 9} &= 9 && | -3x \quad (\text{Wurzel isolieren}) \\ -\sqrt{9x - 9} &= 9 - 3x && | \text{quadrieren} \\ 9x - 9 &= (9 - 3x)^2 && | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ 9x - 9 &= 81 - 54x + 9x^2 && | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -9x + 9 \\ 0 &= 90 - 63x + 9x^2 && | \text{Seiten tauschen} \\ 9x^2 - 63x + 90 &= 0 && | : 9 \\ x^2 - 7x + 10 &= 0 && | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}\end{aligned}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{(-7)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7}{2}\right)^2 - 10} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - 10} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{40}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{7}{2} \pm \frac{3}{2} \\ x_{1,2} &= 5 \vee 2\end{aligned}$$

Probe für $x=5$

$$\begin{aligned}\sqrt{3 \cdot 5 - \sqrt{9 \cdot 5 - 9}} &= 3 \\ \sqrt{15 - \sqrt{36}} &= 3 \\ \sqrt{15 - 6} &= 3 \\ \sqrt{9} &= 3 \\ 3 &= 3\end{aligned}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=2$

$$\begin{aligned}\sqrt{3 \cdot 2 - \sqrt{9 \cdot 2 - 9}} &= 3 \\ \sqrt{6 - \sqrt{9}} &= 3 \\ \sqrt{6 - 3} &= 3 \\ \sqrt{3} &= 3\end{aligned}$$

FALSCHER AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{5\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 5x

Gegeben:

$$\sqrt{2x - \sqrt{4x - 8}} = 2 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\left(\sqrt{2x - \sqrt{4x - 8}}\right)^2 = 2^2 \quad | \text{Linke Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf}$$

$$2x - \sqrt{4x - 8} = 4 \quad | -2x \quad (\text{Wurzel isolieren})$$

$$-\sqrt{4x - 8} = 4 - 2x \quad | \text{quadrieren}$$

$$4x - 8 = (4 - 2x)^2 \quad | \text{rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren}$$

$$4x - 8 = 16 - 16x + 4x^2 \quad | \text{alle Summanden auf die rechte Seite bringen: } -4x + 8$$

$$0 = 24 - 20x + 4x^2 \quad | \text{Seiten tauschen}$$

$$4x^2 - 20x + 24 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad | \text{Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel lösen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-5)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 6}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 6}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_{1,2} = 3 \vee 2$$

Probe für $x=3$

$$\sqrt{2 \cdot 3 - \sqrt{4 \cdot 3 - 8}} = 2$$

$$\sqrt{6 - \sqrt{4}} = 2$$

$$\sqrt{6 - 2} = 2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=2$

$$\sqrt{2 \cdot 2 - \sqrt{4 \cdot 2 - 8}} = 2$$

$$\sqrt{4 - \sqrt{0}} = 2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{2; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6a

Gegeben:

$$\sqrt{5x+\sqrt{x+5}}=\sqrt{5x+3}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{5x+\sqrt{x+5}}\right)^2=\left(\sqrt{5x+3}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$5x+\sqrt{x+5}=5x+3$$

| $-5x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{x+5}=3$$

| quadrieren

$$x+5=9$$

| -5

$$x=4$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-x-3$

Probe für $x=4$

$$\sqrt{5 \cdot 4 + \sqrt{4+5}} = \sqrt{5 \cdot 4 + 3}$$

$$\sqrt{20 + \sqrt{9}} = \sqrt{23}$$

$$\sqrt{20+3} = \sqrt{23}$$

$$\sqrt{23} = \sqrt{23}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{4\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6b

Gegeben:

$$\sqrt{x+\sqrt{10x+9}}=\sqrt{2x+3}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{10x+9}}\right)^2=\left(\sqrt{2x+3}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$x+\sqrt{10x+9}=2x+3$$

| $-x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{10x+9}=x+3$$

| quadrieren

$$10x+9=(x+3)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$10x+9=x^2+6x+9$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-10x-9$

$$0=x^2-4x$$

| x ausklammern

$$0=x(x-4)$$

$$\Rightarrow x_1=0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist.
Die erste Lösung ist also $x=0$. Die zweite Lösung berechnen wir in einer Nebenrechnung, indem wir die Klammer gleich Null setzen

Nebenrechnung:

Die Nebenrechnung ergibt die zweite Lösung

$$x-4=0$$

$$x_2=4$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt{0+\sqrt{10 \cdot 0+9}}=\sqrt{2 \cdot 0+3}$$

$$\sqrt{0+\sqrt{9}}=\sqrt{3}$$

$$\sqrt{0+3}=\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}=\sqrt{3}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=4$

$$\sqrt{4+\sqrt{10 \cdot 4+9}}=\sqrt{2 \cdot 4+3}$$

$$\sqrt{4+\sqrt{49}}=\sqrt{11}$$

$$\sqrt{4+7}=\sqrt{11}$$

$$\sqrt{11}=\sqrt{11}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L=\{0;4\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6c

Gegeben:

$$\sqrt{2x+\sqrt{7x+4}}=\sqrt{3x+2}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{2x+\sqrt{7x+4}}\right)^2=\left(\sqrt{3x+2}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$2x+\sqrt{7x+4}=3x+2$$

| $-2x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{7x+4}=x+2$$

| quadrieren

$$7x+4=(x+2)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$7x+4=x^2+4x+4$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-7x-4$

$$0=x^2-3x$$

| x ausklammern

$$0=x(x-3)$$

$$\Rightarrow x_1=0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist.
Die erste Lösung ist also $x=0$. Die zweite Lösung berechnen wir in einer Nebenrechnung, indem wir die Klammer gleich Null setzen

Nebenrechnung:

Die Nebenrechnung ergibt die zweite Lösung

$$x-3=0$$

$$x_2=3$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt{2 \cdot 0 + \sqrt{7 \cdot 0 + 4}} = \sqrt{3 \cdot 0 + 2}$$

$$\sqrt{0 + \sqrt{4}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{0 + 2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=3$

$$\sqrt{2 \cdot 3 + \sqrt{7 \cdot 3 + 4}} = \sqrt{3 \cdot 3 + 2}$$

$$\sqrt{6 + \sqrt{25}} = \sqrt{11}$$

$$\sqrt{6 + 5} = \sqrt{11}$$

$$\sqrt{11} = \sqrt{11}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6d

Gegeben:

$$\sqrt{4x+\sqrt{10x+4}}=\sqrt{5x+2}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{4x+\sqrt{10x+4}}\right)^2=\left(\sqrt{5x+2}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$4x+\sqrt{10x+4}=5x+2$$

| $-4x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{10x+4}=x+2$$

| quadrieren

$$10x+4=(x+2)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$10x+4=x^2+4x+4$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-10x-4$

$$0=x^2-6x$$

| x ausklammern

$$0=x(x-6)$$

$$\Rightarrow x_1=0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist.
Die erste Lösung ist also $x=0$. Die zweite Lösung berechnen wir in einer Nebenrechnung, indem wir die Klammer gleich Null setzen

Nebenrechnung:

Die Nebenrechnung ergibt die zweite Lösung

$$x-6=0$$

$$x_2=6$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt{4 \cdot 0 + \sqrt{10 \cdot 0 + 4}} = \sqrt{5 \cdot 0 + 2}$$

$$\sqrt{0 + \sqrt{4}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{0+2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=6$

$$\sqrt{4 \cdot 6 + \sqrt{10 \cdot 6 + 4}} = \sqrt{5 \cdot 6 + 2}$$

$$\sqrt{24 + \sqrt{64}} = \sqrt{32}$$

$$\sqrt{24+8} = \sqrt{32}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{32}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 6\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6e

Gegeben:

$$\sqrt{6x+\sqrt{6x+4}}=\sqrt{7x+2}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{6x+\sqrt{6x+4}}\right)^2=\left(\sqrt{7x+2}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$6x+\sqrt{6x+4}=7x+2$$

| $-6x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{6x+4}=x+2$$

| quadrieren

$$6x+4=(x+2)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$6x+4=x^2+4x+4$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-6x-4$

$$0=x^2-2x$$

| x ausklammern

$$0=x(x-2)$$

$$\Rightarrow x_1=0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist.
Die erste Lösung ist also $x=0$. Die zweite Lösung berechnen wir in einer Nebenrechnung, indem wir die Klammer gleich Null setzen

Nebenrechnung:

Die Nebenrechnung ergibt die zweite Lösung

$$x-2=0$$

$$x_2=2$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt{6 \cdot 0 + \sqrt{6 \cdot 0 + 4}} = \sqrt{7 \cdot 0 + 2}$$

$$\sqrt{0 + \sqrt{4}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{0+2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=2$

$$\sqrt{6 \cdot 2 + \sqrt{6 \cdot 2 + 4}} = \sqrt{7 \cdot 2 + 2}$$

$$\sqrt{12 + \sqrt{16}} = \sqrt{14 + 2}$$

$$\sqrt{12+4} = \sqrt{16}$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{16}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6f

Gegeben:

$$\sqrt{8x+\sqrt{9x+4}}=\sqrt{9x+2}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{8x+\sqrt{9x+4}}\right)^2=\left(\sqrt{9x+2}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$8x+\sqrt{9x+4}=9x+2$$

| $-8x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{9x+4}=x+2$$

| quadrieren

$$9x+4=(x+2)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$9x+4=x^2+4x+4$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-9x-4$

$$0=x^2-5x$$

| x ausklammern

$$0=x(x-5)$$

$$\Rightarrow x_1=0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist.
Die erste Lösung ist also $x=0$. Die zweite Lösung berechnen wir in einer Nebenrechnung, indem wir die Klammer gleich Null setzen

Nebenrechnung:

Die Nebenrechnung ergibt die zweite Lösung

$$x-5=0$$

$$x_2=5$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt{8 \cdot 0 + \sqrt{9 \cdot 0 + 4}} = \sqrt{9 \cdot 0 + 2}$$

$$\sqrt{0 + \sqrt{4}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{0+2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=5$

$$\sqrt{8 \cdot 5 + \sqrt{9 \cdot 5 + 4}} = \sqrt{9 \cdot 5 + 2}$$

$$\sqrt{40 + \sqrt{49}} = \sqrt{47}$$

$$\sqrt{40+7} = \sqrt{47}$$

$$\sqrt{47} = \sqrt{47}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 5\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6g

Gegeben:

$$\sqrt{4x+\sqrt{x+3}}=\sqrt{5x+1}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{4x+\sqrt{x+3}}\right)^2=\left(\sqrt{5x+1}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$4x+\sqrt{x+3}=5x+1$$

| $-4x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{x+3}=x+1$$

| quadrieren

$$x+3=(x+1)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x+3=x^2+2x+1$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-x-3$

$$0=x^2+x-2$$

| Seiten tauschen

$$x^2+x-2=0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$x_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2-(-2)}$$

$$x_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+2}$$

$$x_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$x_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\frac{3}{2}$$

$$x_{1,2}=1\vee-2$$

Probe für $x=1$

$$\sqrt{4\cdot 1+\sqrt{1+3}}=\sqrt{5\cdot 1+1}$$

$$\sqrt{4+\sqrt{4}}=\sqrt{6}$$

$$\sqrt{4+2}=\sqrt{6}$$

$$\sqrt{6}=\sqrt{6}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=-2$

$$\sqrt{4\cdot(-2)+\sqrt{(-2)+3}}=\sqrt{5\cdot(-2)+1}$$

$$\sqrt{-8\sqrt{1}}=\sqrt{-10+1}$$

$$\sqrt{-8}=\sqrt{-9}$$

Da die Wurzeln nicht definiert sind

(negative Radikanten) kann die Zahl -2

keine Lösung der Wurzelgleichung sein

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L=\{1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6h

Gegeben:

$$\sqrt{3x+\sqrt{8x+1}}=\sqrt{4x+2}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{3x+\sqrt{8x+1}}\right)^2=\left(\sqrt{4x+2}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$3x+\sqrt{8x+1}=4x+2$$

| $-3x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{8x+1}=x+2$$

| quadrieren

$$8x+1=(x+2)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$8x+1=x^2+4x+4$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-8x-1$

$$0=x^2-4x+3$$

| Seiten tauschen

$$x^2-4x+3=0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$x_{1,2}=-\frac{(-4)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2-3}$$

$$x_{1,2}=2\pm\sqrt{4-3}$$

$$x_{1,2}=2\pm\sqrt{1}$$

$$x_{1,2}=2\pm 1$$

$$x_{1,2}=3\vee 1$$

Probe für $x=3$

$$\sqrt{3\cdot 3+\sqrt{8\cdot 3+1}}=\sqrt{4\cdot 3+2}$$

$$\sqrt{9+\sqrt{25}}=\sqrt{14}$$

$$\sqrt{9+5}=\sqrt{14}$$

$$\sqrt{14}=\sqrt{14}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=1$

$$\sqrt{3\cdot 1+\sqrt{8\cdot 1+1}}=\sqrt{4\cdot 1+2}$$

$$\sqrt{3+\sqrt{9}}=\sqrt{6}$$

$$\sqrt{3+3}=\sqrt{6}$$

$$\sqrt{6}=\sqrt{6}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L=\{1;3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6i

Gegeben:

$$\sqrt{2x+\sqrt{15x+4}}=\sqrt{3x+4}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{2x+\sqrt{15x+4}}\right)^2=\left(\sqrt{3x+4}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$2x+\sqrt{15x+4}=3x+4$$

| $-2x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{15x+4}=x+4$$

| quadrieren

$$15x+4=(x+4)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$15x+4=x^2+8x+16$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-15x-4$

$$0=x^2-7x+12$$

| Seiten tauschen

$$x^2-7x+12=0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$x_{1,2}=-\frac{(-7)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-7)}{2}\right)^2-12}$$

$$x_{1,2}=\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}-\frac{48}{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{7}{2}\pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{7}{2}\pm\frac{1}{2}$$

$$x_{1,2}=4\vee 3$$

Probe für $x=4$

$$\sqrt{2\cdot 4+\sqrt{15\cdot 4+4}}=\sqrt{3\cdot 4+4}$$

$$\sqrt{8+\sqrt{64}}=\sqrt{16}$$

$$\sqrt{8+8}=\sqrt{16}$$

$$\sqrt{16}=\sqrt{16}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=3$

$$\sqrt{2\cdot 3+\sqrt{15\cdot 3+4}}=\sqrt{3\cdot 3+4}$$

$$\sqrt{6+\sqrt{49}}=\sqrt{13}$$

$$\sqrt{6+7}=\sqrt{13}$$

$$\sqrt{13}=\sqrt{13}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L=\{3;4\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6j

Gegeben:

$$\sqrt{2x+\sqrt{7x+2}}=\sqrt{3x+2}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{2x+\sqrt{7x+2}}\right)^2=\left(\sqrt{3x+2}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$2x+\sqrt{7x+2}=3x+2$$

| $-2x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{7x+2}=x+2$$

| quadrieren

$$7x+2=(x+2)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$7x+2=x^2+4x+4$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-7x-2$

$$0=x^2-3x+2$$

| Seiten tauschen

$$x^2-3x+2=0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$x_{1,2}=-\frac{(-3)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-3)}{2}\right)^2-2}$$

$$x_{1,2}=\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}-\frac{8}{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{3}{2}\pm\frac{1}{2}$$

$$x_{1,2}=2\vee 1$$

Probe für $x=2$

$$\sqrt{2\cdot 2+\sqrt{7\cdot 2+2}}=\sqrt{3\cdot 2+2}$$

$$\sqrt{4+\sqrt{16}}=\sqrt{8}$$

$$\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$$

$$\sqrt{8}=\sqrt{8}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=1$

$$\sqrt{2\cdot 1+\sqrt{7\cdot 1+2}}=\sqrt{3\cdot 1+2}$$

$$\sqrt{2+\sqrt{9}}=\sqrt{5}$$

$$\sqrt{2+3}=\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5}=\sqrt{5}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L=\{1;2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6k

Gegeben:

$$\sqrt{x+\sqrt{20x+1}}=\sqrt{2x+5}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{20x+1}}\right)^2=\left(\sqrt{2x+5}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$x+\sqrt{20x+1}=2x+5$$

| $-x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{20x+1}=x+5$$

| quadrieren

$$20x+1=(x+5)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$20x+1=x^2+10x+25$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-20x-1$

$$0=x^2-10x+24$$

| Seiten tauschen

$$x^2-10x+24=0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$x_{1,2}=-\frac{(-10)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-10)}{2}\right)^2-24}$$

$$x_{1,2}=5\pm\sqrt{25-24}$$

$$x_{1,2}=5\pm\sqrt{1}$$

$$x_{1,2}=5\pm 1$$

$$x_{1,2}=6\vee 4$$

Probe für $x=6$

$$\sqrt{6+\sqrt{20\cdot 6+1}}=\sqrt{2\cdot 6+5}$$

$$\sqrt{6+\sqrt{121}}=\sqrt{17}$$

$$\sqrt{6+11}=\sqrt{17}$$

$$\sqrt{17}=\sqrt{17}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=4$

$$\sqrt{4+\sqrt{20\cdot 4+1}}=\sqrt{2\cdot 4+5}$$

$$\sqrt{4+\sqrt{81}}=\sqrt{13}$$

$$\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$$

$$\sqrt{13}=\sqrt{13}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L=\{4;6\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 6L

Gegeben:

$$\sqrt{x+\sqrt{11x+3}}=\sqrt{2x+3}$$

| quadrieren

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{11x+3}}\right)^2=\left(\sqrt{2x+3}\right)^2$$

| Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$x+\sqrt{11x+3}=2x+3$$

| $-x$ (Wurzel isolieren)

$$\sqrt{11x+3}=x+3$$

| quadrieren

$$11x+3=(x+3)^2$$

| rechte Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$11x+3=x^2+6x+9$$

| alle Summanden auf die rechte Seite bringen: $-11x-3$

$$0=x^2-5x+6$$

| Seiten tauschen

$$x^2-5x+6=0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$x_{1,2}=-\frac{(-5)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-5)}{2}\right)^2-6}$$

$$x_{1,2}=\frac{5}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}-6}$$

$$x_{1,2}=\frac{5}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}-\frac{24}{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{5}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{5}{2}\pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{1,2}=\frac{5}{2}\pm\frac{1}{2}$$

$$x_{1,2}=3\vee 2$$

Probe für $x=3$

$$\sqrt{3+\sqrt{11\cdot 3+3}}=\sqrt{2\cdot 3+3}$$

$$\sqrt{3+\sqrt{36}}=\sqrt{9}$$

$$\sqrt{3+6}=\sqrt{9}$$

$$\sqrt{9}=\sqrt{9}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=2$

$$\sqrt{2+\sqrt{11\cdot 2+3}}=\sqrt{2\cdot 2+3}$$

$$\sqrt{2+\sqrt{25}}=\sqrt{7}$$

$$\sqrt{2+5}=\sqrt{7}$$

$$\sqrt{7}=\sqrt{7}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L=\{2;3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7a

Gegeben:

$$\sqrt[2]{3x+1} = \sqrt[4]{6x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[2]{3x+1}\right)^4 = \left(\sqrt[4]{6x+1}\right)^4$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren (Wurzel) heben sich auf

$$(3x+1)^2 = 6x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(3x+1)^2 = 6x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$9x^2 + 6x + 1 = 6x + 1$$

| $-6x - 1$

$$9x^2 = 0$$

| Hieraus ergibt sich die Lösung

$$x = 0$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt[2]{3 \cdot 0 + 1} = \sqrt[4]{6 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[2]{1} = \sqrt[4]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7b

Gegeben:

$$\begin{array}{ll} \sqrt[4]{x+2} = \sqrt[8]{4x+8} & | \text{ mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren} \\ (\sqrt[4]{x+2})^8 = (\sqrt[8]{4x+8})^8 & \left| \begin{array}{l} \text{Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben} \\ \text{Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf} \end{array} \right. \\ (x+2)^2 = 4x+8 & | \text{ Linke Seite: Exponent kürzen} \\ (x+2)^2 = 4x+8 & | \text{ Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ x^2 + 4x + 4 = 4x+8 & | -4x - 8 \\ x^2 - 4 = 0 & | +4 \\ x^2 = 4 & | \sqrt{\dots} \\ \sqrt{x^2} = \sqrt{4} & \\ x = \pm 2 & \end{array}$$

Probe für $x=2$

$$\begin{array}{l} \sqrt[4]{2+2} = \sqrt[8]{4 \cdot 2+8} \\ \sqrt[4]{4} = \sqrt[8]{16} \\ \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{\sqrt[2]{16}} \\ \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{\sqrt[2]{16}} \\ \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{4} \end{array}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=-2$

$$\begin{array}{l} \sqrt[4]{(-2)+2} = \sqrt[8]{4 \cdot (-2)+8} \\ \sqrt[4]{0} = \sqrt[8]{0} \\ 0 = 0 \\ \text{WAHRE AUSSAGE} \end{array}$$

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-2; 2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7c

Gegeben:

$$\sqrt[3]{x+3} = \sqrt[6]{6x+10}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[3]{x+3}\right)^6 = \left(\sqrt[6]{6x+10}\right)^6$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+3)^2 = 6x+10$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+3)^2 = 6x+10$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^2 + 6x + 9 = 6x + 10$$

| $-6x - 10$

$$x^2 - 1 = 0$$

| $+1$

$$x^2 = 1$$

| $\sqrt{\dots}$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1}$$

$$x = \pm 1$$

Probe für $x=1$

$$\sqrt[3]{1+3} = \sqrt[6]{6 \cdot 1 + 10}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{16}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=-1$

$$\sqrt[3]{(-1)+3} = \sqrt[6]{6 \cdot (-1) + 10}$$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{4}$$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{4}}$$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{4}}$$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-1; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7d

Gegeben:

$$\sqrt[50]{2x+2} = \sqrt[100]{8x+8}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[50]{2x+2}\right)^{100} = \left(\sqrt[100]{8x+8}\right)^{100}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+2)^{\frac{100}{50}} = 8x+8$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+2)^2 = 8x+8$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$4x^2 + 8x + 4 = 8x + 8$$

| $-8x - 8$

$$4x^2 - 4 = 0$$

| :4

$$x^2 - 1 = 0$$

| +1

$$x^2 = 1$$

| $\sqrt{\dots}$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1}$$

$$x = \pm 1$$

Probe für $x=1$

$$\sqrt[50]{2 \cdot 1 + 2} = \sqrt[100]{8 \cdot 1 + 8}$$

$$\sqrt[50]{4} = \sqrt[100]{16}$$

$$\sqrt[50]{4} = \sqrt[50 \cdot 2]{16}$$

$$\sqrt[50]{4} = \sqrt[50]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[50]{4} = \sqrt[50]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=-1$

$$\sqrt[50]{2 \cdot (-1) + 2} = \sqrt[100]{8 \cdot (-1) + 8}$$

$$\sqrt[50]{0} = \sqrt[100]{0}$$

$$0 = 0$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-1; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7e

Gegeben:

$$\sqrt[2]{3x+1} = \sqrt[4]{6x+10}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[2]{3x+1}\right)^4 = \left(\sqrt[4]{6x+10}\right)^4$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(3x+1)^2 = 6x+10$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(3x+1)^2 = 6x+10$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$9x^2 + 6x + 1 = 6x + 10$$

| $-6x - 10$

$$9x^2 - 9 = 0$$

| :9

$$x^2 - 1 = 0$$

| +1

$$x^2 = 1$$

| $\sqrt{\dots}$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1}$$

$$x = \pm 1$$

Probe für $x=1$

$$\sqrt[2]{3 \cdot 1 + 1} = \sqrt[4]{6 \cdot 1 + 10}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[4]{16}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=-1$

$$\sqrt[2]{3 \cdot (-1) + 1} = \sqrt[4]{6 \cdot (-1) + 10}$$

$$\sqrt[2]{-2} = \sqrt[4]{4}$$

Die linke Wurzel ist nicht definiert,
weil der Radikant negativ ist.

Die Zahl -1 ist somit keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7f

Gegeben:

$$\sqrt[7]{x+1} = \sqrt[14]{2x+10}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[7]{x+1}\right)^{14} = \left(\sqrt[14]{2x+10}\right)^{14}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+1)^{\frac{14}{7}} = 2x+10$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+1)^2 = 2x+10$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^2 + 2x + 1 = 2x + 10$$

| $-2x - 10$

$$x^2 - 9 = 0$$

| $+9$

$$x^2 = 9$$

| $\sqrt{\dots}$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$$

| $\sqrt{\dots}$

$$x = \pm 3$$

Probe für $x=3$

$$\sqrt[7]{3+1} = \sqrt[14]{2 \cdot 3 + 10}$$

$$\sqrt[7]{4} = \sqrt[14]{16}$$

$$\sqrt[7]{4} = \sqrt[7]{2} \sqrt[2]{16}$$

$$\sqrt[7]{4} = \sqrt[7]{2} \sqrt[2]{16}$$

$$\sqrt[7]{4} = \sqrt[7]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=-3$

$$\sqrt[7]{-3+1} = \sqrt[14]{2 \cdot (-3) + 10}$$

Die linke Wurzel ist nicht definiert,
weil der Radikant negativ ist.

Die Zahl -3 ist somit keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7g

Gegeben:

$$\sqrt[2]{3x+1} = \sqrt[4]{60x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[2]{3x+1}\right)^4 = \left(\sqrt[4]{60x+1}\right)^4$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(3x+1)^2 = 60x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(3x+1)^2 = 60x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$9x^2 + 6x + 1 = 60x + 1$$

| -1

$$9x^2 + 6x = 60x$$

| -60x

$$9x^2 - 54x = 0$$

| 9x ausklammern

$$9x(x-6) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren

gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die andere

$$\Rightarrow \boxed{x=0}$$

Lösung ergibt sich durch Nullsetzen der Klammer

$$x - 6 = 0$$

| +6

$$\boxed{x=6}$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt[2]{3 \cdot 0 + 1} = \sqrt[4]{60 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[2]{1} = \sqrt[4]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=6$

$$\sqrt[2]{3 \cdot 6 + 1} = \sqrt[4]{60 \cdot 6 + 1}$$

$$\sqrt[2]{19} = \sqrt[4]{361}$$

$$\sqrt[2]{19} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{361}}$$

$$\sqrt[2]{19} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{361}}$$

$$\sqrt[2]{19} = \sqrt[2]{19}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 6\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7h

Gegeben:

$$\sqrt[3]{9x+1} = \sqrt[6]{99x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[3]{9x+1}\right)^6 = \left(\sqrt[6]{99x+1}\right)^6$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(9x+1)^{\frac{6}{3}} = 99x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(9x+1)^2 = 99x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$81x^2 + 18x + 1 = 99x + 1$$

| -1

$$81x^2 + 18x = 99x$$

| -99x

$$81x^2 - 81x = 0$$

| 81x ausklammern

$$81x(x-1) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren

gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die andere

$$\Rightarrow \boxed{x=0}$$

Lösung ergibt sich durch Nullsetzen der Klammer

$$x-1=0$$

| +1

$$\boxed{x=1}$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt[3]{9 \cdot 0 + 1} = \sqrt[6]{99 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[3]{1} = \sqrt[6]{1}$$

$$1=1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=1$

$$\sqrt[3]{9 \cdot 1 + 1} = \sqrt[6]{99 \cdot 1 + 1}$$

$$\sqrt[3]{10} = \sqrt[6]{100}$$

$$\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{\sqrt{100}}$$

$$\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{\sqrt{100}}$$

$$\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{10}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7i

Gegeben:

$$\sqrt[5]{2x+1} = \sqrt[10]{20x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[5]{2x+1}\right)^{10} = \left(\sqrt[10]{20x+1}\right)^{10}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+1)^{\frac{10}{5}} = 20x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+1)^2 = 20x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$4x^2 + 4x + 1 = 20x+1$$

| -1

$$4x^2 + 4x = 20x$$

| -20x

$$4x^2 - 16x = 0$$

| 4x ausklammern

$$4x(x-4) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren

gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die andere

$$\Rightarrow \boxed{x=0}$$

Lösung ergibt sich durch Nullsetzen der Klammer

$$x-4=0$$

| +4

$$\boxed{x=4}$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt[5]{2 \cdot 0 + 1} = \sqrt[10]{20 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[5]{1} = \sqrt[10]{1}$$

$$1=1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=4$

$$\sqrt[5]{2 \cdot 4 + 1} = \sqrt[10]{20 \cdot 4 + 1}$$

$$\sqrt[5]{9} = \sqrt[10]{81}$$

$$\sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{\sqrt[2]{81}}$$

$$\sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{9}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 4\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7j

Gegeben:

$$\sqrt[4]{4x+1} = \sqrt[8]{24x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[4]{4x+1}\right)^8 = \left(\sqrt[8]{24x+1}\right)^8$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(4x+1)^{\frac{8}{4}} = 24x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(4x+1)^2 = 24x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$16x^2 + 8x + 1 = 24x + 1$$

| -1

$$16x^2 + 8x = 24x$$

| -24x

$$16x^2 - 16x = 0$$

| 16x ausklammern

$$16x(x-1) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren

gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die andere

$$\Rightarrow \boxed{x=0}$$

Lösung ergibt sich durch Nullsetzen der Klammer

$$x-1=0$$

| +1

$$\boxed{x=1}$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt[4]{4 \cdot 0 + 1} = \sqrt[8]{24 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[4]{1} = \sqrt[8]{1}$$

$$1=1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=1$

$$\sqrt[4]{4 \cdot 1 + 1} = \sqrt[8]{24 \cdot 1 + 1}$$

$$\sqrt[4]{5} = \sqrt[8]{25}$$

$$\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{\sqrt{25}}$$

$$\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{5}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7k

Gegeben:

$$\sqrt[10]{2x+1} = \sqrt[20]{36x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[10]{2x+1}\right)^{20} = \left(\sqrt[20]{36x+1}\right)^{20}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+1)^{\frac{20}{10}} = 36x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+1)^2 = 36x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$4x^2 + 4x + 1 = 36x + 1$$

| -1

$$4x^2 + 4x = 36x$$

| -36x

$$4x^2 - 32x = 0$$

| 4x ausklammern

$$4x(x-8) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren

gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die andere

$$\Rightarrow \boxed{x=0}$$

Lösung ergibt sich durch Nullsetzen der Klammer

$$x - 8 = 0$$

| +8

$$\boxed{x=8}$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt[10]{2 \cdot 0 + 1} = \sqrt[20]{36 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[10]{1} = \sqrt[20]{1}$$

$$1=1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=8$

$$\sqrt[10]{2 \cdot 8 + 1} = \sqrt[20]{36 \cdot 8 + 1}$$

$$\sqrt[10]{17} = \sqrt[20]{289}$$

$$\sqrt[10]{17} = \sqrt[10]{2 \sqrt[2]{289}}$$

$$\sqrt[10]{17} = \sqrt[10]{2 \sqrt{17}}$$

$$\sqrt[10]{17} = \sqrt[10]{17}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 8\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7L

Gegeben:

$$\sqrt[6]{4x+1} = \sqrt[12]{56x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[6]{4x+1}\right)^{12} = \left(\sqrt[12]{56x+1}\right)^{12}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(4x+1)^2 = 56x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(4x+1)^2 = 56x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$16x^2 + 8x + 1 = 56x + 1$$

| -1

$$16x^2 + 8x = 56x$$

| -56x

$$16x^2 - 48x = 0$$

| 16x ausklammern

$$16x(x-3) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren

gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die andere

Lösung ergibt sich durch Nullsetzen der Klammer

$$\Rightarrow \boxed{x=0}$$

$$x-3=0$$

| +3

$$\boxed{x=3}$$

Probe für $x=0$

$$\sqrt[6]{4 \cdot 0 + 1} = \sqrt[12]{56 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[6]{1} = \sqrt[12]{1}$$

$$1=1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=3$

$$\sqrt[6]{4 \cdot 3 + 1} = \sqrt[12]{56 \cdot 3 + 1}$$

$$\sqrt[6]{13} = \sqrt[12]{169}$$

$$\sqrt[6]{13} = \sqrt[6]{\sqrt[2]{169}}$$

$$\sqrt[6]{13} = \sqrt[6]{\sqrt[2]{169}}$$

$$\sqrt[6]{13} = \sqrt[6]{13}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{0; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7m

Gegeben:

$$\sqrt[2]{x+3} = \sqrt[4]{8x+8}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[2]{x+3}\right)^4 = \left(\sqrt[4]{8x+8}\right)^4$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+3)^2 = 8x+8$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+3)^2 = 8x+8$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^2 + 6x + 9 = 8x + 8$$

| $-8x - 8$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Form des 2. Binoms,

| d.h. wir können die 2. Binomische Formel anwenden

$$(x-1)^2 = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich

| Null ist. Wir müssen also die Klammer gleich Null setzen

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

Probe für $x=1$

$$\sqrt[2]{1+3} = \sqrt[4]{8 \cdot 1 + 8}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[4]{16}$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7n

Gegeben:

$$\sqrt[5]{x+4} = \sqrt[10]{6x+15}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[5]{x+4}\right)^{10} = \left(\sqrt[10]{6x+15}\right)^{10}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+4)^2 = 6x+15$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+4)^2 = 6x+15$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^2 + 8x + 16 = 6x + 15$$

| $-6x - 15$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Form des 1. Binoms,
d.h. wir können die 1. Binomische Formel anwenden

$$(x+1)^2 = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich

| Null ist. Wir müssen also die Klammer gleich Null setzen

$$x+1=0$$

$$x=-1$$

Probe für $x = -1$

$$\sqrt[5]{-1+4} = \sqrt[10]{6 \cdot (-1) + 15}$$

$$\sqrt[5]{3} = \sqrt[10]{9}$$

$$\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{2\sqrt{9}}$$

$$\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{3}$$

$$\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{3}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7o

Gegeben:

$$\sqrt[10]{x+5} = \sqrt[20]{6x+21}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[10]{x+5}\right)^{20} = \left(\sqrt[20]{6x+21}\right)^{20}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+5)^{\frac{20}{10}} = 6x+21$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+5)^2 = 6x+21$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^2 + 10x + 25 = 6x + 21$$

| $-6x - 21$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Form des 1. Binoms, d.h. wir können die 1. Binomische Formel anwenden

$$(x+2)^2 = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Wir müssen also die Klammer gleich Null setzen

|

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

Probe für $x = -2$

$$\sqrt[10]{-2+5} = \sqrt[20]{6 \cdot (-2) + 21}$$

$$\sqrt[10]{3} = \sqrt[20]{9}$$

$$\sqrt[10]{3} = \sqrt[10]{2\sqrt{9}}$$

$$\sqrt[10]{3} = \sqrt[10]{2\sqrt{9}}$$

$$\sqrt[10]{3} = \sqrt[10]{3}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7p

Gegeben:

$$\sqrt[3]{2x+10} = \sqrt[6]{32x+96}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[3]{2x+10}\right)^6 = \left(\sqrt[6]{32x+96}\right)^6$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+10)^2 = 32x+96$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+10)^2 = 32x+96$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$4x^2 + 40x + 100 = 32x + 96$$

| $-32x - 96$

$$4x^2 + 8x + 4 = 0$$

| :4

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Form des 1. Binoms, d.h. wir können die 1. Binomische Formel anwenden

$$(x+1)^2 = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Wir müssen also die Klammer gleich Null setzen

$$x+1=0$$

$$x=-1$$

Probe für $x = -1$

$$\sqrt[3]{2 \cdot (-1) + 10} = \sqrt[6]{32 \cdot (-1) + 96}$$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[6]{64}$$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{64}$$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{64}}$$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{8}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7q

Gegeben:

$$\sqrt[4]{x+10} = \sqrt[8]{6x+51}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[4]{x+10}\right)^8 = \left(\sqrt[8]{6x+51}\right)^8$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+10)^{\frac{8}{4}} = 6x+51$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+10)^2 = 6x+51$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^2 + 20x + 100 = 6x + 51$$

| $-6x - 51$

$$x^2 + 14x + 49 = 0$$

| Schreibweise ändern

$$x^2 + 2 \cdot 7 \cdot x + 7^2 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Form des 1. Binoms,
d.h. wir können die 1. Binomische Formel anwenden

$$(x+7)^2 = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich
Null ist. Wir müssen also die Klammer gleich Null setzen

$$x+7=0$$

$$x=-7$$

Probe für $x = -7$

$$\sqrt[4]{-7+10} = \sqrt[8]{6 \cdot (-7)+51}$$

$$\sqrt[4]{3} = \sqrt[8]{9}$$

$$\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{\sqrt{9}}$$

$$\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{\sqrt{9}}$$

$$\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{3}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-7\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7r

Gegeben:

$$\sqrt[5]{2x+5} = \sqrt[10]{16x+24}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[5]{2x+5}\right)^{10} = \left(\sqrt[10]{16x+24}\right)^{10}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+5)^2 = 16x+24$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+5)^2 = 16x+24$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$4x^2 + 20x + 25 = 16x + 24$$

| $-16x - 24$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

| Schreibweise ändern

$$(2x+1)^2 + 2 \cdot 2x + 1 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Form des 1. Binoms, d.h. wir können die 1. Binomische Formel anwenden

$$(2x+1)^2 = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Wir müssen also die Klammer gleich Null setzen

$$2x+1 = 0$$

| -1

$$2x = -1$$

| $:2$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Probe für $x = -\frac{1}{2}$

$$\sqrt[5]{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5} = \sqrt[10]{16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 24}$$

$$\sqrt[5]{4} = \sqrt[10]{16}$$

$$\sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{2} \sqrt[5]{16}$$

$$\sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{2^2} \sqrt[5]{16}$$

$$\sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7s

Gegeben:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[2]{x+1} = \sqrt[4]{4x+4} & | \text{ mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren} \\ (\sqrt[2]{x+1})^4 = (\sqrt[4]{4x+4})^4 & | \text{ Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben} \\ & | \text{ Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf} \\ (x+1)^2 = 4x+4 & | \text{ Linke Seite: Exponent kürzen} \\ (x+1)^2 = 4x+4 & | \text{ Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ x^2 + 2x + 1 = 4x + 4 & | -4x - 4 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 & | \text{ Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform} \end{array}$$

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-3)}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm 2$$

$$x_{1,2} = 3 \vee -1$$

Probe für $x = 3$

$$\sqrt[2]{3+1} = \sqrt[4]{4 \cdot 3 + 4}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[4]{16}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -1$

$$\sqrt[2]{-1+1} = \sqrt[4]{4 \cdot (-1) + 4}$$

$$\sqrt[2]{0} = \sqrt[4]{0}$$

$$0 = 0$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{-1; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7t

Gegeben:

$$\sqrt[6]{x+3} = \sqrt[12]{10x+6}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[6]{x+3}\right)^{12} = \left(\sqrt[12]{10x+6}\right)^{12}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+3)^{\frac{12}{6}} = 10x+6$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+3)^2 = 10x+6$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^2 + 6x + 9 = 10x + 6$$

| $-10x - 6$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 3}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{1}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm 1$$

$$x_{1,2} = 3 \vee 1$$

Probe für $x = 3$

$$\sqrt[6]{3+3} = \sqrt[12]{10 \cdot 3 + 6}$$

$$\sqrt[6]{6} = \sqrt[12]{36}$$

$$\sqrt[6]{6} = \sqrt[6 \cdot 2]{36}$$

$$\sqrt[6]{6} = \sqrt[6]{\sqrt[2]{36}}$$

$$\sqrt[6]{6} = \sqrt[6]{6}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[6]{1+3} = \sqrt[12]{10 \cdot 1 + 6}$$

$$\sqrt[6]{4} = \sqrt[12]{16}$$

$$\sqrt[6]{4} = \sqrt[6 \cdot 2]{16}$$

$$\sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{1; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7u

Gegeben:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{x+1} &= \sqrt[10]{3x+7} && | \text{ mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren} \\ (\sqrt[5]{x+1})^{10} &= (\sqrt[10]{3x+7})^{10} && | \text{ Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben} \\ &&& | \text{ Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf} \\ (x+1)^2 &= 3x+7 && | \text{ Linke Seite: Exponent kürzen} \\ (x+1)^2 &= 3x+7 && | \text{ Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren} \\ x^2 + 2x + 1 &= 3x+7 && | -3x - 7 \\ x^2 - x - 6 &= 0 && | \text{ Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform} \end{aligned}$$

Quadratische Gleichung lösen:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_{1,2} &= -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-6)} \\ x_{1,2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 6} \\ x_{1,2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{24}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2} \\ x_{1,2} &= 3 \vee -2 \end{aligned}$$

Probe für $x = 3$

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{3+1} &= \sqrt[10]{3 \cdot 3+7} \\ \sqrt[5]{4} &= \sqrt[10]{16} \\ \sqrt[5]{4} &= \sqrt[5]{2 \sqrt[5]{16}} \\ \sqrt[5]{4} &= \sqrt[5]{2 \sqrt[5]{2^4}} \\ \sqrt[5]{4} &= \sqrt[5]{4} \end{aligned}$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{3\}$$

Probe für $x = -2$

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{-2+1} &= \sqrt[10]{3 \cdot (-2)+7} \\ \sqrt[5]{-1} &= \sqrt[10]{1} \end{aligned}$$

Nicht definierte Wurzel,
weil der Radikant negativ ist.
Damit ist -2 keine Lösung

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7v

Gegeben:

$$\sqrt[3]{2x+2} = \sqrt[6]{6x+10}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[3]{2x+2}\right)^6 = \left(\sqrt[6]{6x+10}\right)^6$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+2)^3 = 6x+10$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+2)^2 = 6x+10$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$4x^2 + 8x + 4 = 6x + 10$$

| $-6x - 10$

$$4x^2 + 2x - 6 = 0$$

| :2

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in allgemeiner Form

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{4}$$

$$x_{1,2} = 1 \quad \vee \quad -\frac{3}{2}$$

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[3]{2 \cdot 1 + 2} = \sqrt[6]{6 \cdot 1 + 10}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{16}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \{1\}$$

Probe für $x = -\frac{3}{2}$

$$\sqrt[3]{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 2} = \sqrt[6]{6 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 10}$$

$$\sqrt[3]{-3 + 2} = \sqrt[6]{1}$$

Nicht definierte Wurzel,

weil der Radikant negativ ist.

Damit ist $-\frac{3}{2}$ keine Lösung

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7w

Gegeben:

$$\sqrt[10]{2x+2} = \sqrt[20]{9x+7}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[10]{2x+2}\right)^{20} = \left(\sqrt[20]{9x+7}\right)^{20}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+2)^{20} = 9x+7$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+2)^2 = 9x+7$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$4x^2 + 8x + 4 = 9x + 7$$

| $-9x - 7$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in allgemeiner Form

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{2 \cdot 4}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{8}$$

$$x_{1,2} = 1 \vee -\frac{3}{4}$$

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[10]{2 \cdot 1 + 2} = \sqrt[20]{9 \cdot 1 + 7}$$

$$\sqrt[10]{4} = \sqrt[20]{16}$$

$$\sqrt[10]{4} = \sqrt[10]{2\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[10]{4} = \sqrt[10]{2\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[10]{4} = \sqrt[10]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{3}{4}$

$$\sqrt[10]{2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 2} = \sqrt[20]{9 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 7}$$

$$\sqrt[10]{2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 2} = \sqrt[20]{-\frac{27}{4} + \frac{28}{4}}$$

$$\sqrt[10]{\frac{1}{2}} = \sqrt[20]{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt[10]{\frac{1}{2}} = \sqrt[10]{2\sqrt[2]{\frac{1}{4}}}$$

$$\sqrt[10]{\frac{1}{2}} = \sqrt[10]{2\sqrt[2]{\frac{1}{4}}}$$

$$\sqrt[10]{\frac{1}{2}} = \sqrt[10]{\frac{1}{2}}$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \left\{ -\frac{3}{4}; 1 \right\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 7x

Gegeben:

$$\sqrt[4]{2x+2} = \sqrt[8]{10x+6}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[4]{2x+2}\right)^8 = \left(\sqrt[8]{10x+6}\right)^8$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+2)^2 = 10x+6$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+2)^2 = 10x+6$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$4x^2 + 8x + 4 = 10x + 6$$

| $-10x - 6$

$$4x^2 - 2x - 2 = 0$$

| $:2$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in allgemeiner Form

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{4}$$

$$x_{1,2} = 1 \vee -\frac{1}{2}$$

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[4]{2 \cdot 1 + 2} = \sqrt[8]{10 \cdot 1 + 6}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[8]{16}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{\sqrt[2]{16}}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{1}{2}$

$$\sqrt[4]{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2} = \sqrt[8]{10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 6}$$

$$\sqrt[4]{1} = \sqrt[8]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Lösungsmenge der Wurzelgleichung:

$$L = \left\{ -\frac{1}{2}; 1 \right\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 8a

Gegeben:

$$\sqrt[2]{x+1} = \sqrt[6]{7x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[2]{x+1}\right)^6 = \left(\sqrt[6]{7x+1}\right)^6$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+1)^3 = 7x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+1)^3 = 7x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 7x + 1$$

| $-1 - 7x$

$$x^3 + 3x^2 - 4x = 0$$

| x ausklammern

$$x(x^2 + 3x - 4) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich

Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen

erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

| Man erhält eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-4)}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{16}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x_{2,3} = 1 \vee -4$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[2]{0+1} = \sqrt[6]{7 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[2]{1} = \sqrt[6]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[2]{1+1} = \sqrt[6]{7 \cdot 1 + 1}$$

$$\sqrt[2]{2} = \sqrt[6]{8}$$

$$\sqrt[2]{2} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{8}}$$

$$\sqrt[2]{2} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{8}}$$

$$\sqrt[2]{2} = \sqrt[2]{2}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -4$

$$\sqrt[2]{-4+1} = \sqrt[6]{7 \cdot (-4) + 1}$$

Negativer Radikant,

daher Wurzel nicht definiert,

daher ist -4 keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 8b

Gegeben:

$$\sqrt[2]{x+1} = \sqrt[6]{13x+1}$$

mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[2]{x+1}\right)^6 = \left(\sqrt[6]{13x+1}\right)^6$$

Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+1)^3 = 13x+1$$

Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+1)^3 = 13x+1$$

Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 13x + 1$$

$-1 - 13x$

$$x^3 + 3x^2 - 10x = 0$$

x ausklammern

$$x(x^2 + 3x - 10) = 0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich

Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

Man erhält eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-10)}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{40}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$$x_{2,3} = 2 \vee -5$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[2]{0+1} = \sqrt[6]{13 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[2]{1} = \sqrt[6]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 2$

$$\sqrt[2]{2+1} = \sqrt[6]{13 \cdot 2 + 1}$$

$$\sqrt[2]{3} = \sqrt[6]{27}$$

$$\sqrt[2]{3} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{27}}$$

$$\sqrt[2]{3} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{27}}$$

$$\sqrt[2]{3} = \sqrt[2]{3}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -5$

$$\sqrt[2]{-5+1} = \sqrt[6]{13 \cdot (-5) + 1}$$

Negative Radikanten,

daher Wurzeln nicht definiert,

daher ist -5 keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 8c

Gegeben:

$$\sqrt[3]{2x+1} = \sqrt[9]{26x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[3]{2x+1}\right)^9 = \left(\sqrt[9]{26x+1}\right)^9$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+1)^3 = 26x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+1)^3 = 26x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = 26x + 1$$

| $-1 - 26x$

$$8x^3 + 12x^2 - 20x = 0$$

| $4x$ ausklammern

$$4x(2x^2 + 3x - 5) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich

Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

| Man erhält eine quadratische Gleichung

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$x_{2,3} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

$$x_{2,3} = 1 \vee -\frac{5}{2}$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[3]{2 \cdot 0 + 1} = \sqrt[9]{26 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[3]{1} = \sqrt[9]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[3]{2 \cdot 1 + 1} = \sqrt[9]{26 \cdot 1 + 1}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[9]{27}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{27}}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{27}}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{5}{2}$

$$\sqrt[3]{2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) + 1} = \sqrt[9]{26 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) + 1}$$

Negative Radikanten,

daher Wurzeln nicht definiert,

daher ist $-\frac{5}{2}$ keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 8d

Gegeben:

$$\sqrt[5]{2x+1} = \sqrt[15]{62x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[5]{2x+1}\right)^{15} = \left(\sqrt[15]{62x+1}\right)^{15}$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(2x+1)^3 = 62x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(2x+1)^3 = 62x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = 62x + 1$$

| $-1 - 62x$

$$8x^3 + 12x^2 - 56x = 0$$

| $4x$ ausklammern

$$4x(2x^2 + 3x - 14) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich

Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$2x^2 + 3x - 14 = 0$$

| Man erhält eine quadratische Gleichung

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-14)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{4}$$

$$x_{2,3} = \frac{-3 \pm 11}{4}$$

$$x_{2,3} = 2 \vee -\frac{7}{2}$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[5]{2 \cdot 0 + 1} = \sqrt[15]{62 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[5]{1} = \sqrt[15]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 2$

$$\sqrt[5]{2 \cdot 2 + 1} = \sqrt[15]{62 \cdot 2 + 1}$$

$$\sqrt[5]{5} = \sqrt[15]{125}$$

$$\sqrt[5]{5} = \sqrt[3]{125}$$

$$\sqrt[5]{5} = \sqrt[3]{125}$$

$$\sqrt[5]{5} = \sqrt[5]{5}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{7}{2}$

$$\sqrt[5]{2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) + 1} = \sqrt[15]{62 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) + 1}$$

Negative Radikanten,

daher Wurzeln nicht definiert,

daher ist $-\frac{7}{2}$ keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 8e

Gegeben:

$$\sqrt[2]{x+1} = \sqrt[6]{91x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[2]{x+1}\right)^6 = \left(\sqrt[6]{91x+1}\right)^6$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+1)^3 = 91x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+1)^3 = 91x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 91x + 1$$

| $-1 - 91x$

$$x^3 + 3x^2 - 88x = 0$$

| x ausklammern

$$x(x^2 + 3x - 88) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich

Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen

erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$x^2 + 3x - 88 = 0$$

| Man erhält eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-88)}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 88}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{352}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{361}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{19}{2}$$

$$x_{2,3} = 8 \vee -11$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[2]{0+1} = \sqrt[6]{91 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[2]{1} = \sqrt[6]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 8$

$$\sqrt[2]{8+1} = \sqrt[6]{91 \cdot 8 + 1}$$

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt[6]{91 \cdot 8 + 1}$$

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt[2]{729}$$

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{729}}$$

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt[2]{9}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -11$

$$\sqrt[2]{-11+1} = \sqrt[6]{91 \cdot (-11) + 1}$$

Negative Radikanten,

daher Wurzeln nicht definiert,

daher ist -11 keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 8\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 8f

Gegeben:

$$\sqrt[3]{x+1} = \sqrt[9]{21x+1}$$

| mit dem höheren Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[3]{x+1}\right)^9 = \left(\sqrt[9]{21x+1}\right)^9$$

| Linke Seite: Wurzel als Potenz schreiben

| Rechte Seite: Potenzieren und Radizieren heben sich auf

$$(x+1)^3 = 21x+1$$

| Linke Seite: Exponent kürzen

$$(x+1)^3 = 21x+1$$

| Linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 21x+1$$

| $-1 - 21x$

$$x^3 + 3x^2 - 18x = 0$$

| x ausklammern

$$x(x^2 + 3x - 18) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich

Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen

erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

| Man erhält eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-18)}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 18}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{72}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{9}{2}$$

$$x_{2,3} = 3 \vee -6$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[3]{0+1} = \sqrt[9]{21 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[3]{1} = \sqrt[9]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 3$

$$\sqrt[3]{3+1} = \sqrt[9]{21 \cdot 3 + 1}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[9]{64}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{64}}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{64}}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -6$

$$\sqrt[3]{-6+1} = \sqrt[9]{21 \cdot (-6) + 1}$$

Negative Radikanten,

daher Wurzeln nicht definiert,

daher ist -11 keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 9a

Gegeben:

$$\sqrt[4]{3x+1} = \sqrt[6]{7x+1}$$

mit dem Hauptnenner der beiden Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[4]{3x+1}\right)^{12} = \left(\sqrt[6]{7x+1}\right)^{12}$$

Wurzeln als Potenz schreiben

$$(3x+1)^{\frac{12}{4}} = (7x+1)^{\frac{12}{6}}$$

Exponenten kürzen

$$(3x+1)^3 = (7x+1)^2$$

Binomische Formeln anwenden oder ausmultiplizieren

$$27x^3 + 27x^2 + 9x + 1 = 49x^2 + 14x + 1$$

$$-49x^2 - 14x - 1$$

$$27x^3 - 22x^2 - 5x = 0$$

x ausklammern

$$x(27x^2 - 22x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

$$27x^2 - 22x - 5 = 0$$

Man erhält eine quadratische Gleichung

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-(-22) \pm \sqrt{(-22)^2 - 4 \cdot 27 \cdot (-5)}}{2 \cdot 27}$$

$$x_{2,3} = \frac{22 \pm \sqrt{1024}}{54}$$

$$x_{2,3} = \frac{22 \pm 32}{54}$$

$$x_{2,3} = 1 \vee -\frac{5}{27}$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[4]{3 \cdot 0 + 1} = \sqrt[6]{7 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[4]{1} = \sqrt[6]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[4]{3 \cdot 1 + 1} = \sqrt[6]{7 \cdot 1 + 1}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[6]{8}$$

$$\sqrt[12]{4^3} = \sqrt[12]{8^2}$$

$$\sqrt[12]{64} = \sqrt[12]{64}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{5}{27}$

$$\sqrt[4]{3 \cdot \left(-\frac{5}{27}\right) + 1} = \sqrt[6]{7 \cdot \left(-\frac{5}{27}\right) + 1}$$

Auf der rechten Seite ist der Radikant negativ, daher ist die Wurzel nicht definiert, daher ist $-\frac{5}{27}$ keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 9b

Gegeben:

$$\sqrt[2]{4x+1} = \sqrt[3]{13x+1}$$

$$\left(\sqrt[2]{4x+1}\right)^6 = \left(\sqrt[3]{13x+1}\right)^6$$

$$(4x+1)^3 = (13x+1)^3$$

$$(4x+1)^3 = (13x+1)^2$$

$$64x^3 + 48x^2 + 12x + 1 = 169x^2 + 26x + 1$$

$$64x^3 - 121x^2 - 14x = 0$$

$$x(64x^2 - 121x - 14) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$64x^2 - 121x - 14 = 0$$

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-(-121) \pm \sqrt{(-121)^2 - 4 \cdot 64 \cdot (-14)}}{2 \cdot 64}$$

$$x_{2,3} = \frac{121 \pm \sqrt{18225}}{128}$$

$$x_{2,3} = \frac{121 \pm 135}{128}$$

$$x_{2,3} = 2 \vee -\frac{7}{64}$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[2]{4 \cdot 0 + 1} = \sqrt[3]{13 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[2]{1} = \sqrt[3]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 2$

$$\sqrt[2]{4 \cdot 2 + 1} = \sqrt[3]{13 \cdot 2 + 1}$$

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt[3]{27}$$

$$\sqrt[6]{9^3} = \sqrt[6]{27^2}$$

$$\sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{729}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{7}{64}$

$$\sqrt[2]{4 \cdot \left(-\frac{7}{64}\right) + 1} = \sqrt[3]{13 \cdot \left(-\frac{7}{64}\right) + 1}$$

Auf der rechten Seite ist der Radikant negativ, daher ist die Wurzel nicht definiert, daher ist $-\frac{7}{64}$ keine Lösung

mit dem Hauptnenner der beiden Wurzelexponenten potenzieren

Wurzeln als Potenz schreiben

Exponenten kürzen

Binomische Formeln anwenden oder ausmultiplizieren

$-169x^2 - 26x - 1$

x ausklammern

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

Man erhält eine quadratische Gleichung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 9c

Gegeben:

$$\sqrt[6]{6x+1} = \sqrt[3]{31x+1}$$

$$\left(\sqrt[6]{6x+1}\right)^{18} = \left(\sqrt[3]{31x+1}\right)^{18}$$

$$(6x+1)^{\frac{18}{6}} = (31x+1)^{\frac{18}{9}}$$

$$(6x+1)^3 = (31x+1)^2$$

$$216x^3 + 108x^2 + 18x + 1 = 961x^2 + 62x + 1$$

$$216x^3 - 853x^2 - 44x = 0$$

$$x(216x^2 - 853x - 44) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$216x^2 - 853x - 44 = 0$$

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-(-853) \pm \sqrt{(-853)^2 - 4 \cdot 216 \cdot (-44)}}{2 \cdot 216}$$

$$x_{2,3} = \frac{853 \pm \sqrt{765625}}{432}$$

$$x_{2,3} = \frac{853 \pm 875}{432}$$

$$x_{2,3} = 4 \vee -\frac{22}{432}$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[6]{6x+1} = \sqrt[3]{31x+1}$$

$$\sqrt[2]{1} = \sqrt[3]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 4$

$$\sqrt[6]{6x+1} = \sqrt[3]{31x+1}$$

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt[3]{27}$$

$$\sqrt[6]{9^3} = \sqrt[3]{27^2}$$

$$\sqrt[6]{729} = \sqrt[3]{729}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{22}{432}$

$$\sqrt[6]{6 \cdot \left(-\frac{22}{432}\right) + 1} = \sqrt[3]{31 \cdot \left(-\frac{22}{432}\right) + 1}$$

Auf der rechten Seite ist der Radikant negativ, daher ist die Wurzel nicht definiert,

daher ist $-\frac{22}{432}$ keine Lösung

mit dem Hauptnenner der beiden Wurzelexponenten potenzieren

Wurzeln als Potenz schreiben

Exponenten kürzen

Binomische Formeln anwenden oder ausmultiplizieren

$$-961x^2 - 62x - 1$$

x ausklammern

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

Man erhält eine quadratische Gleichung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 4\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 9d

Gegeben:

$$\sqrt[8]{7x+1} = \sqrt[12]{43x+1}$$

mit dem Hauptnenner der beiden Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[8]{7x+1}\right)^{24} = \left(\sqrt[12]{43x+1}\right)^{24}$$

Wurzeln als Potenz schreiben

$$(7x+1)^{\frac{24}{8}} = (43x+1)^{\frac{24}{12}}$$

Exponenten kürzen

$$(7x+1)^3 = (43x+1)^2$$

Binomische Formeln anwenden oder ausmultiplizieren

$$343x^3 + 147x^2 + 21x + 1 = 1849x^2 + 86x + 1$$

$$-1849x^2 - 86x - 1$$

$$343x^3 - 1702x^2 - 65x = 0$$

x ausklammern

$$x(343x^2 - 1702x - 65) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

$$343x^2 - 1702x - 65 = 0$$

Man erhält eine quadratische Gleichung

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-(-1702) \pm \sqrt{(-1702)^2 - 4 \cdot 343 \cdot (-65)}}{2 \cdot 343}$$

$$x_{2,3} = \frac{1702 \pm \sqrt{2.985.984}}{686}$$

$$x_{2,3} = \frac{1702 \pm 1728}{686}$$

$$x_{2,3} = 5 \vee -\frac{13}{343}$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[8]{7 \cdot 0 + 1} = \sqrt[12]{43 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[8]{1} = \sqrt[12]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 5$

$$\sqrt[8]{7 \cdot 5 + 1} = \sqrt[12]{43 \cdot 5 + 1}$$

$$\sqrt[8]{36} = \sqrt[12]{216}$$

$$\sqrt[24]{36^3} = \sqrt[24]{216^2}$$

$$\sqrt[24]{46656} = \sqrt[24]{46656}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{13}{343}$

$$\sqrt[8]{7 \cdot \left(-\frac{13}{343}\right) + 1} = \sqrt[12]{43 \cdot \left(-\frac{13}{343}\right) + 1}$$

Auf der rechten Seite ist der Radikant negativ, daher ist die Wurzel nicht definiert, daher ist $-\frac{13}{343}$ keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 5\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 9e

Gegeben:

$$\sqrt[2]{5x+1} = \sqrt[3]{21x+1}$$

mit dem Hauptnenner der beiden
Wurzelexponenten potenzieren

$$\left(\sqrt[2]{5x+1}\right)^6 = \left(\sqrt[3]{21x+1}\right)^6$$

Wurzeln als Potenz schreiben

$$(5x+1)^3 = (21x+1)^3$$

Exponenten kürzen

$$(5x+1)^3 = (21x+1)^2$$

Binomische Formeln anwenden
oder ausmultiplizieren

$$125x^3 + 75x^2 + 15x + 1 = 441x^2 + 42x + 1$$

$-441x^2 - 42x - 1$

$$125x^3 - 366x^2 - 27x = 0$$

x ausklammern

$$x(125x^2 - 366x - 27) = 0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der
Faktoren gleich Null ist. Die erste Lösung ist
also Null, die weiteren Lösungen erhält man
durch Nullsetzen der Klammer.

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$125x^2 - 366x - 27 = 0$$

Man erhält eine quadratische Gleichung

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-(-366) \pm \sqrt{(-366)^2 - 4 \cdot 125 \cdot (-27)}}{2 \cdot 125}$$

$$x_{2,3} = \frac{366 \pm \sqrt{133956 + 13500}}{250}$$

$$x_{2,3} = \frac{366 \pm 384}{250}$$

$$x_{2,3} = 3 \vee -\frac{18}{250}$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[2]{5x+1} = \sqrt[3]{21x+1}$$

$$\sqrt[2]{1} = \sqrt[3]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 3$

$$\sqrt[2]{5 \cdot 3 + 1} = \sqrt[3]{21 \cdot 3 + 1}$$

$$\sqrt[2]{16} = \sqrt[3]{64}$$

$$\sqrt[6]{16^3} = \sqrt[6]{64^2}$$

$$\sqrt[6]{4096} = \sqrt[6]{4096}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{18}{250}$

$$\sqrt[2]{5 \cdot \left(-\frac{18}{250}\right) + 1} = \sqrt[3]{21 \cdot \left(-\frac{18}{250}\right) + 1}$$

Auf der rechten Seite ist der
Radikant negativ, daher ist
die Wurzel nicht definiert,
daher ist $-\frac{18}{250}$ keine Lösung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 9f

Gegeben:

$$\sqrt[10]{8x+1} = \sqrt[15]{26x+1}$$

$$\left(\sqrt[10]{8x+1}\right)^{30} = \left(\sqrt[15]{26x+1}\right)^{30}$$

$$(8x+1)^{30} = (26x+1)^{30}$$

$$(8x+1)^3 = (26x+1)^2$$

$$512x^3 + 192x^2 + 24x + 1 = 676x^2 + 52x + 1$$

$$512x^3 - 484x^2 - 28x = 0$$

$$x(512x^2 - 484x - 28) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$512x^2 - 484x - 28 = 0$$

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{2,3} = \frac{-(-484) \pm \sqrt{(-484)^2 - 4 \cdot 512 \cdot (-28)}}{2 \cdot 512}$$

$$x_{2,3} = \frac{484 \pm \sqrt{291600}}{1024}$$

$$x_{2,3} = \frac{484 \pm 540}{1024}$$

$$x_{2,3} = 1 \vee -\frac{56}{1024}$$

Probe für $x = 0$

$$\sqrt[10]{8 \cdot 0 + 1} = \sqrt[15]{26 \cdot 0 + 1}$$

$$\sqrt[10]{1} = \sqrt[15]{1}$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[10]{8 \cdot 1 + 1} = \sqrt[15]{26 \cdot 1 + 1}$$

$$\sqrt[10]{9} = \sqrt[15]{27}$$

$$\sqrt[30]{9^3} = \sqrt[30]{27^2}$$

$$\sqrt[30]{729} = \sqrt[30]{729}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = -\frac{56}{1024}$

$$\sqrt[10]{8 \cdot \left(-\frac{56}{1024}\right) + 1} = \sqrt[15]{26 \cdot \left(-\frac{56}{1024}\right) + 1}$$

Auf der rechten Seite ist der Radikant negativ, daher ist die Wurzel nicht definiert,

daher ist $-\frac{56}{1024}$ keine Lösung

mit dem Hauptnenner der beiden Wurzelexponenten potenzieren

Wurzeln als Potenz schreiben

Exponenten kürzen

Binomische Formeln anwenden oder ausmultiplizieren

$$-676x^2 - 52x - 1$$

x ausklammern

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Die erste Lösung ist also Null, die weiteren Lösungen erhält man durch Nullsetzen der Klammer.

Man erhält eine quadratische Gleichung

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 10a

Gegeben:

$$2\sqrt{2x+2} = \sqrt{x+8} + x$$

| beide Seiten quadrieren

$$(2\sqrt{2x+2})^2 = (\sqrt{x+8} + x)^2$$

| Binome anwenden

$$4(2x+2) = x+8 + 2x\sqrt{x+8} + x^2$$

| linke Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$8x+8 = x+8 + 2x\sqrt{x+8} + x^2$$

| Wurzel isolieren: $-x-8-x^2$

$$7x-x^2 = 2x\sqrt{x+8}$$

| quadrieren

$$(7x-x^2)^2 = 4x^2(x+8)$$

| linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$49x^2 - 14x^3 + x^4 = 4x^3 + 32x^2$$

| alle Summanden nach links bringen: $-4x^3 - 32x^2$

$$x^4 - 18x^3 + 17x^2 = 0$$

| x^2 ausklammern

$$x^2(x^2 - 18x + 17) = 0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Das erste Ergebnis ist also $x=0$, die weiteren erhalten wir durch Nullsetzen der Klammer.

$$x^2 - 18x + 17 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{-18}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-18}{2}\right)^2 - 17}$$

$$x_{2,3} = 9 \pm \sqrt{64}$$

$$x_{2,3} = 9 \pm 8$$

$$x_{2,3} = 17 \vee 1$$

Probe für $x=0$

$$2\sqrt{2 \cdot 0 + 2} = \sqrt{0+8} + 0$$

$$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

$$\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}$$

$$\sqrt{2^2} \cdot 2 = \sqrt{8}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{8}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=1$

$$2\sqrt{2 \cdot 1 + 2} = \sqrt{1+8} + 1$$

$$2\sqrt{4} = \sqrt{9} + 1$$

$$2 \cdot 2 = 3 + 1$$

$$4 = 4$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=17$

$$2\sqrt{2 \cdot 17 + 2} = \sqrt{17+8} + 17$$

$$2\sqrt{36} = \sqrt{25} + 17$$

$$2 \cdot 6 = 5 + 17$$

$$12 = 22$$

FALSCH AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 10b

Gegeben:

$$2\sqrt{3x-2} = \sqrt{2x-8} + x$$

| beide Seiten quadrieren

$$(2\sqrt{3x-2})^2 = (\sqrt{2x-8} + x)^2$$

| Binome anwenden

$$4(3x-2) = 2x-8 + 2x\sqrt{2x-8} + x^2$$

| linke Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$12x-8 = x-8 + 2x\sqrt{2x-8} + x^2$$

| Wurzel isolieren: $-2x+8-x^2$

$$10x-x^2 = 2x\sqrt{2x-8}$$

| quadrieren

$$(10x-x^2)^2 = 4x^2(2x-8)$$

| linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren
rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$100x^2 - 20x^3 + x^4 = 8x^3 - 32x^2$$

| alle Summanden nach links bringen: $-4x^3 + 32x^2$

$$x^4 - 28x^3 + 132x^2 = 0$$

| x^2 ausklammern

$$x^2(x^2 - 28x + 132) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Das erste Ergebnis ist also $x=0$, die weiteren erhalten wir durch Nullsetzen der Klammer.

$$x^2 - 28x + 132 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{-28}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-28}{2}\right)^2 - 132}$$

$$x_{2,3} = 14 \pm \sqrt{64}$$

$$x_{2,3} = 14 \pm 8$$

$$x_{2,3} = 22 \vee 6$$

Probe für $x=0$

$$2\sqrt{3 \cdot 0 - 2} = \sqrt{2 \cdot 0 - 8} + 0$$

$$2\sqrt{-2} = \sqrt{-8}$$

Weil die Radikanten negativ sind, sind die Wurzel nicht definiert, und somit ist $x=0$ KEINE LÖSUNG

Probe für $x=6$

$$2\sqrt{3 \cdot 6 - 2} = \sqrt{2 \cdot 6 - 8} + 6$$

$$2\sqrt{16} = \sqrt{4} + 6$$

$$2 \cdot 4 = 2 + 6$$

$$8 = 8$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=22$

$$2\sqrt{3 \cdot 22 - 2} = \sqrt{2 \cdot 22 - 8} + 22$$

$$2\sqrt{64} = \sqrt{36} + 22$$

$$2 \cdot 8 = 6 + 22$$

$$16 = 28$$

FALSCHE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{6\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 10c

Gegeben:

$$2\sqrt{3x+1} = \sqrt{x+4} + x$$

| beide Seiten quadrieren

$$(2\sqrt{3x+1})^2 = (\sqrt{x+4} + x)^2$$

| Binome anwenden

$$4(3x+1) = x+4 + 2x\sqrt{x+4} + x^2$$

| linke Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$12x+4 = x+4 + 2x\sqrt{x+4} + x^2$$

| Wurzel isolieren: $-x-4-x^2$

$$11x - x^2 = 2x\sqrt{x+4}$$

| quadrieren

$$(11x - x^2)^2 = 4x^2(x+4)$$

| linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren
rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$121x^2 - 22x^3 + x^4 = 4x^3 + 16x^2$$

| alle Summanden nach links bringen: $-4x^3 - 16x^2$

$$105x^2 - 26x^3 + x^4 = 0$$

| x^2 ausklammern

$$x^2(x^2 - 26x + 105) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Das erste Ergebnis ist also $x=0$, die weiteren erhalten wir durch Nullsetzen der Klammer.

$$x^2 - 26x + 105 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{-26}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-26}{2}\right)^2 - 105}$$

$$x_{2,3} = 13 \pm \sqrt{64}$$

$$x_{2,3} = 13 \pm 8$$

$$x_{2,3} = 21 \vee 5$$

Probe für $x=0$

$$2\sqrt{3 \cdot 0 + 1} = \sqrt{0 + 4} + 0$$

$$2\sqrt{1} = \sqrt{4} + 0$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=5$

$$2\sqrt{3 \cdot 5 + 1} = \sqrt{5 + 4} + 5$$

$$2\sqrt{16} = \sqrt{9} + 5$$

$$2 \cdot 4 = 3 + 5$$

$$8 = 8$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=21$

$$2\sqrt{3 \cdot 21 + 1} = \sqrt{21 + 4} + 21$$

$$2\sqrt{64} = \sqrt{25} + 21$$

$$2 \cdot 8 = 5 + 21$$

$$16 = 26$$

FALSCH AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 5\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 10d

Gegeben:

$$2\sqrt{2x-1} = \sqrt{x-4} + x$$

| beide Seiten quadrieren

$$(2\sqrt{2x-1})^2 = (\sqrt{x-4} + x)^2$$

| Binome anwenden

$$4(2x-1) = x-4 + 2x\sqrt{x-4} + x^2$$

| linke Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$8x-4 = x-4 + 2x\sqrt{x-4} + x^2$$

| Wurzel isolieren: $-x+4-x^2$

$$7x-x^2 = 2x\sqrt{x-4}$$

| quadrieren

$$(7x-x^2)^2 = 4x^2(x-4)$$

| linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren
rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$49x^2 - 14x^3 + x^4 = 4x^3 - 16x^2$$

| alle Summanden nach links bringen: $-4x^3 + 16x^2$

$$65x^2 - 18x^3 + x^4 = 0$$

| x^2 ausklammern

$$x^2(x^2 - 18x + 65) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Das erste Ergebnis ist also $x=0$, die weiteren erhalten wir durch Nullsetzen der Klammer.

$$x^2 - 18x + 65 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{-18}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-18}{2}\right)^2 - 65}$$

$$x_{2,3} = 9 \pm \sqrt{16}$$

$$x_{2,3} = 9 \pm 4$$

$$x_{2,3} = 13 \vee 5$$

Probe für $x=0$

$$2\sqrt{2 \cdot 0 - 1} = \sqrt{0 - 4} + 0$$

$$2\sqrt{-1} = \sqrt{-4} + 0$$

Die Radikanten sind negativ, somit sind die Wurzeln nicht definiert, und somit ist $x=0$ KEINE LÖSUNG

Probe für $x=5$

$$2\sqrt{2 \cdot 5 - 1} = \sqrt{5 - 4} + 5$$

$$2\sqrt{9} = \sqrt{1} + 5$$

$$2 \cdot 3 = 1 + 5$$

$$6 = 6$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=13$

$$2\sqrt{2 \cdot 13 - 1} = \sqrt{13 - 4} + 13$$

$$2\sqrt{25} = \sqrt{9} + 13$$

$$2 \cdot 5 = 3 + 13$$

$$10 = 16$$

FALSCH AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{5\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 10e

Gegeben:

$$3\sqrt{x-1} = \sqrt{2x-9} + x$$

| beide Seiten quadrieren

$$(3\sqrt{x-1})^2 = (\sqrt{2x-9} + x)^2$$

| Binome anwenden

$$9(x-1) = 2x-9 + 2x\sqrt{2x-9} + x^2$$

| linke Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$9x-9 = 2x-9 + 2x\sqrt{2x-9} + x^2$$

| Wurzel isolieren: $-2x+9-x^2$

$$7x-x^2 = 2x\sqrt{2x-9}$$

| quadrieren

$$(7x-x^2)^2 = 4x^2(2x-9)$$

| linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren
rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$49x^2 - 14x^3 + x^4 = 8x^3 - 36x^2$$

| alle Summanden nach links bringen: $-8x^3 + 36x^2$

$$85x^2 - 22x^3 + x^4 = 0$$

| x^2 ausklammern

$$x^2(x^2 - 22x + 85) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Das erste Ergebnis ist also $x=0$, die weiteren erhalten wir durch Nullsetzen der Klammer.

$$x^2 - 22x + 85 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{-22}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-22}{2}\right)^2 - 85}$$

$$x_{2,3} = 11 \pm \sqrt{36}$$

$$x_{2,3} = 11 \pm 6$$

$$x_{2,3} = 17 \vee 5$$

Probe für $x=0$

$$3\sqrt{0-1} = \sqrt{2 \cdot 0 - 9} + 0$$

$$3\sqrt{-1} = \sqrt{-9}$$

Die Radikanten sind negativ, somit sind die Wurzeln nicht definiert, und somit ist

$x=0$ KEINE LÖSUNG

Probe für $x=5$

$$3\sqrt{5-1} = \sqrt{2 \cdot 5 - 9} + 5$$

$$3\sqrt{4} = \sqrt{1} + 5$$

$$3 \cdot 2 = 1 + 5$$

$$6 = 6$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=17$

$$3\sqrt{17-1} = \sqrt{2 \cdot 17 - 9} + 17$$

$$3\sqrt{16} = \sqrt{25} + 17$$

$$3 \cdot 4 = 5 + 17$$

$$12 = 22$$

FALSCH AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{5\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 10f

Gegeben:

$2\sqrt{3x+3} = \sqrt{2x+12} + x$	beide Seiten quadrieren
$(2\sqrt{3x+3})^2 = (\sqrt{2x+12} + x)^2$	Binome anwenden
$4(3x+3) = 2x+12+2x\sqrt{2x+12}+x^2$	linke Seite: Klammer ausmultiplizieren
$12x+12 = 2x+12+2x\sqrt{2x+12}+x^2$	Wurzel isolieren: $-2x-12-x^2$
$10x-x^2 = 2x\sqrt{2x+12}$	quadrieren
$(10x-x^2)^2 = 4x^2(2x+12)$	linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren
$100x^2 - 20x^3 + x^4 = 8x^3 + 48x^2$	alle Summanden nach links bringen: $-8x^3 - 48x^2$
$52x^2 - 28x^3 + x^4 = 0$	x^2 ausklammern
$x^2(x^2 - 28x + 52) = 0$	Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Das erste Ergebnis ist also $x=0$, die weiteren erhalten wir durch Nullsetzen der Klammer.
$x^2 - 28x + 52 = 0$	Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$x_{2,3} = -\frac{-28}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-28}{2}\right)^2 - 52}$$
$$x_{2,3} = 14 \pm \sqrt{144}$$
$$x_{2,3} = 14 \pm 12$$
$$x_{2,3} = 26 \vee 2$$

Probe für $x = 0$

$$2\sqrt{3 \cdot 0 + 3} = \sqrt{2 \cdot 0 + 12} + 0$$
$$2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$
$$\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12}$$
$$\sqrt{2^2} \cdot 3 = \sqrt{12}$$
$$\sqrt{12} = \sqrt{12}$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 26$

$$2\sqrt{3 \cdot 26 + 3} = \sqrt{2 \cdot 26 + 12} + 26$$
$$2\sqrt{81} = \sqrt{64} + 26$$
$$2 \cdot 9 = 8 + 26$$
$$18 = 34$$

FALSCHE AUSSSAGE

Probe für $x = 2$

$$2\sqrt{3 \cdot 2 + 3} = \sqrt{2 \cdot 2 + 12} + 2$$
$$2\sqrt{9} = \sqrt{16} + 2$$
$$2 \cdot 3 = 4 + 2$$
$$6 = 6$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 2\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 10g

Gegeben:

$$2\sqrt{8x+1} = \sqrt{4x+4} + 2x$$

| beide Seiten quadrieren

$$(2\sqrt{8x+1})^2 = (\sqrt{4x+4} + 2x)^2$$

| Binome anwenden

$$4(8x+1) = 4x+4+4x\sqrt{4x+4}+4x^2$$

| linke Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$32x+4 = 4x+4+4x\sqrt{4x+4}+4x^2$$

| Wurzel isolieren: $-4x-4-4x^2$

$$28x-4x^2 = 4x\sqrt{4x+4}$$

| quadrieren

$$(28x-4x^2)^2 = 16x^2(4x+4)$$

| linke Seite: Binom anwenden oder ausmultiplizieren

rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$784x^2 - 224x^3 + 16x^4 = 64x^3 + 64x^2$$

| alle Summanden nach links bringen: $-64x^3 - 64x^2$

$$720x^2 - 288x^3 + 16x^4 = 0$$

| x^2 ausklammern

$$x^2(16x^2 - 288x + 720) = 0$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Das erste Ergebnis ist also $x=0$, die weiteren erhalten wir durch Nullsetzen der Klammer.

$$16x^2 - 288x + 720 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = \frac{-(-288) \pm \sqrt{(-288)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 720}}{2 \cdot 16}$$

$$x_{2,3} = \frac{288 \pm \sqrt{36864}}{32}$$

$$x_{2,3} = \frac{288 \pm 192}{32}$$

$$x_{2,3} = 15 \vee 3$$

Probe für $x=0$

$$2\sqrt{8 \cdot 0 + 1} = \sqrt{4 \cdot 0 + 4} + 2 \cdot 0$$

$$2\sqrt{1} = \sqrt{4}$$

$$2 = 2$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x=15$

$$2\sqrt{8 \cdot 15 + 1} = \sqrt{4 \cdot 15 + 4} + 2 \cdot 15$$

$$2\sqrt{121} = \sqrt{64} + 30$$

$$2 \cdot 11 = 8 + 30$$

$$22 = 38$$

FALSCH AUSSAGE

Probe für $x=3$

$$2\sqrt{8 \cdot 3 + 1} = \sqrt{4 \cdot 3 + 4} + 2 \cdot 3$$

$$2\sqrt{25} = \sqrt{16} + 6$$

$$2 \cdot 5 = 4 + 6$$

$$10 = 10$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{0; 3\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 10h

Gegeben:

$$3\sqrt{5x-1} = \sqrt{x-9} + 2x$$

| beide Seiten quadrieren

$$(3\sqrt{5x-1})^2 = (\sqrt{x-9} + 2x)^2$$

| Binome anwenden

$$9(5x-1) = x-9+4x\sqrt{x-9}+4x^2$$

| linke Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$45x-9 = x-9+4x\sqrt{x-9}+4x^2$$

| Wurzel isolieren: $-x+9-4x^2$

$$44x-4x^2 = 4x\sqrt{x-9}$$

| quadrieren

$$(44x-4x^2)^2 = 16x^2(x-9)$$

| linke Seite: Binom anwenden

| rechte Seite: Klammer ausmultiplizieren

$$1936x^2 - 352x^3 + 16x^4 = 16x^3 - 144x^2$$

| alle Summanden nach links bringen: $-16x^3 + 144x^2$

$$2080x^2 - 368x^3 + 16x^4 = 0$$

| $16x^2$ ausklammern

$$16x^2(x^2 - 23x + 130) = 0$$

| Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist. Das erste Ergebnis ist also $x=0$, die weiteren erhalten wir durch Nullsetzen der Klammer.

$$x^2 - 23x + 130 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung in Normalform

Quadratische Gleichung lösen:

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = -\frac{-23}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-23}{2}\right)^2 - 130}$$

$$x_{2,3} = \frac{23}{2} \pm \sqrt{\frac{529}{4} - \frac{520}{4}}$$

$$x_{2,3} = \frac{23}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$x_{2,3} = \frac{23}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$$

$$x_{2,3} = \frac{23}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$x_{2,3} = 13 \vee 10$$

Probe für $x = 0$

$$3\sqrt{5 \cdot 0 - 1} = \sqrt{0 - 9} + 2 \cdot 0$$

$$3\sqrt{-1} = \sqrt{-9}$$

Die Radikanten sind negativ, somit sind die Wurzeln nicht definiert, und somit ist $x=0$ KEINE LÖSUNG

Probe für $x = 10$

$$3\sqrt{5 \cdot 10 - 1} = \sqrt{10 - 9} + 2 \cdot 10$$

$$3\sqrt{49} = \sqrt{1} + 20$$

$$3 \cdot 7 = 1 + 20$$

$$21 = 21$$

WAHRE AUSSAGE

Probe für $x = 13$

$$3\sqrt{5 \cdot 13 - 1} = \sqrt{13 - 9} + 2 \cdot 13$$

$$3\sqrt{64} = \sqrt{4} + 26$$

$$3 \cdot 8 = 2 + 26$$

$$24 = 28$$

FALSCH AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{10\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 11a

$$\sqrt[3]{7x^3 - 9x^2 + 3x} = \sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x$$

| mit 3 potenzieren

$$7x^3 - 9x^2 + 3x = \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x\right)^3$$

| Rechte Seite:

| Binom anwenden

$$7x^3 - 9x^2 + 3x = \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}\right)^3 + 3x\left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}\right)^2 + 3x^2\sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x^3$$

| $-x^3$

$$6x^3 - 9x^2 + 3x = \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}\right)^3 + 3x\left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}\right)^2 + 3x^2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$$

| Rechte Seite:

| Radizieren und

| Potenzieren

| heben sich auf

$$6x^3 - 9x^2 + 3x = \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}\right)^3 + 3x(2x^2 - 3x + 1) + 3x^2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$$

| Rechte Seite:

| Klammer

| ausmultiplizieren

$$6x^3 - 9x^2 + 3x = \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}\right)^3 + 6x^3 - 9x^2 + 3x + 3x^2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$$

| $-6x^3 + 9x^2 - 3x$

$$0 = \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}\right)^3 + 3x^2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$$

| Die Potenz zerlegen

$$0 = \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \cdot \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}\right)^2 + 3x^2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$$

| Potenzieren und

| Radizieren

| heben sich auf

$$0 = \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \cdot (2x^2 - 3x + 1) + 3x^2\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$$

| $\sqrt{2x^2 - 3x + 1}$

| ausklammern

$$0 = \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \cdot \left[(2x^2 - 3x + 1) + 3x^2\right]$$

| Klammer vereinfachen

$$0 = \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \cdot (5x^2 - 3x + 1)$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist, also wenn die Wurzel oder die Klammer gleich Null ist. Wir müssen also die Wurzel und die Klammer jeweils gleich Null setzen:

Wurzel Nullsetzen:

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = 0 \quad \uparrow 2$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{1,2} = 1 \text{ oder } \frac{1}{2}$$

Klammer Nullsetzen:

$$5x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1}}{2 \cdot 5}$$

Negativer Radikant, daher keine Lösung

Probe für $x = \frac{1}{2}$

$$\sqrt[3]{7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 9 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 1} + \left(\frac{1}{2}\right)$$

Der linke Radikant wird negativ,

daher ist $x = \frac{1}{2}$ keine Lösung

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[3]{7 \cdot 1^3 - 9 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1} = \sqrt{2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1} + 1$$

$$\sqrt{1} = \sqrt{0} + 1$$

$$1 = 0 + 1$$

$$1 = 1$$

WAHRE AUSSAGE

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 11b

$$\sqrt[3]{4x^3 - 6x^2 + 3x} = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + x$$

| mit 3 potenzieren

$$4x^3 - 6x^2 + 3x = (\sqrt{x^2 - 2x + 1} + x)^3$$

| Rechte Seite:
Binom anwenden

$$4x^3 - 6x^2 + 3x = (\sqrt{x^2 - 2x + 1})^3 + 3x(\sqrt{x^2 - 2x + 1})^2 + 3x^2\sqrt{x^2 - 2x + 1} + x^3$$

| $-x^3$

$$3x^3 - 6x^2 + 3x = (\sqrt{x^2 - 2x + 1})^3 + 3x(\sqrt{x^2 - 2x + 1})^2 + 3x^2\sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

| Rechte Seite:
Radizieren und
Potenzieren
heben sich auf

$$3x^3 - 6x^2 + 3x = (\sqrt{x^2 - 2x + 1})^3 + 3x(x^2 - 2x + 1) + 3x^2\sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

| Rechte Seite:
Klammer
ausmultiplizieren

$$3x^3 - 6x^2 + 3x = (\sqrt{x^2 - 2x + 1})^3 + 3x^3 - 6x^2 + 3x + 3x^2\sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

| $-3x^3 + 6x^2 - 3x$

$$0 = (\sqrt{x^2 - 2x + 1})^3 + 3x^2\sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

| Die Potenz zerlegen

$$0 = \sqrt{x^2 - 2x + 1} \cdot (\sqrt{x^2 - 2x + 1})^2 + 3x^2\sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

| Potenzieren und
Radizieren
heben sich auf

$$0 = \sqrt{x^2 - 2x + 1} \cdot (x^2 - 2x + 1) + 3x^2\sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

| $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$
ausklammern

$$0 = \sqrt{x^2 - 2x + 1} \cdot [(x^2 - 2x + 1) + 3x^2]$$

| Klammer vereinfachen

$$0 = \sqrt{x^2 - 2x + 1} \cdot (4x^2 - 2x + 1)$$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist, also wenn die Wurzel oder die Klammer gleich Null ist. Wir müssen also die Wurzel und die Klammer jeweils gleich Null setzen:

Wurzel Nullsetzen:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 0 \quad |\uparrow 2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$x = 1$$

Klammer Nullsetzen:

$$4x^2 - 2x + 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4}$$

Negativer Radikant, daher keine Lösung

Probe für $x = 1$

$$\sqrt[3]{4 \cdot 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1} = \sqrt{1^2 - 2 \cdot 1 + 1} + 1$$

$$\sqrt[3]{4 - 6 + 3} = \sqrt{1 - 2 + 1} + 1$$

$$\sqrt[3]{1} = \sqrt{0} + 1$$

$$1 = 1$$

Die Lösungsmenge der Wurzelgleichung lautet somit:

$$L = \{1\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 12a

$$\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[6]{x+3} - 2 = 0 \quad | \text{Wurzel exponent erweitern}$$

$$\left(\sqrt[2]{\sqrt[3]{x+3}}\right)^2 + \sqrt[6]{x+3} - 2 = 0 \quad | \text{Doppelwurzel zusammenfassen}$$

$$\left(\sqrt[6]{x+3}\right)^2 + \sqrt[6]{x+3} - 2 = 0 \quad | \text{Substitution } z = \sqrt[6]{x+3}$$

$$z^2 + z - 2 = 0 \quad | \text{Die ist eine quadratische Gleichung in Normalform}$$

Quadratische Gleichung lösen

$$z_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - (-2)}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$z_{1,2} = 1 \vee -2$$

Rücksubstitution $z=1=\sqrt[6]{x+3}$

$$\sqrt[6]{x+3} = 1$$

$$x+3 = 1$$

$$x = -2$$

Rücksubstitution $z=-2=\sqrt[6]{x+3}$

$$\sqrt[6]{x+3} = -2$$

Da eine Wurzel immer positiv ist, aber auf der rechten Seite eine negative Zahl steht, hat die Gleichung keine Lösung.

Probe für $x = -2$

$$\sqrt[3]{-2+3} + \sqrt[6]{-2+3} - 2 = 0$$

$$\sqrt[3]{1} + \sqrt[6]{1} - 2 = 0$$

$$1 + 1 - 2 = 0$$

$$0 = 0$$

Lösungsmenge $L = \{-2\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 12b

$$\sqrt[10]{x-7} + \sqrt[5]{x-7} = 2 \quad | \text{ Wurzel radizieren und potenzieren}$$

$$\sqrt[10]{x-7} + \left(\sqrt[2]{\sqrt[5]{x-7}} \right)^2 = 2 \quad | \text{ Doppelwurzeln zusammenfassen}$$

$$\sqrt[10]{x-7} + \left(\sqrt[10]{x-7} \right)^2 = 2 \quad | \text{ Substitution } z = \sqrt[10]{x-7}$$

$$z + z^2 = 2 \quad | \text{ auf Normalform bringen}$$

$$z^2 + z - 2 = 0$$

Quadratische Gleichung lösen

$$z_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - (-2)}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$z_{1,2} = 1 \vee -2$$

Rücksubstitution $z=1=\sqrt[10]{x-7}$

$$\sqrt[10]{x-7} = 1$$

$$x-7=1$$

$$x=8$$

Rücksubstitution $z=-2=\sqrt[10]{x-7}$

$$\sqrt[10]{x-7} = -2$$

Da eine Wurzel immer positiv ist, aber auf der rechten Seite eine negative Zahl steht, hat die Gleichung keine Lösung.

Probe für $x=8$

$$\sqrt[10]{8-7} + \sqrt[5]{8-7} = 2$$

$$\sqrt[10]{1} + \sqrt[5]{1} = 2$$

$$1+1=2$$

$$2=2$$

Lösungsmenge $L = \{8\}$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 12c

$$\sqrt[8]{x-4} + \sqrt[4]{16x-64} - 3 = 0$$

| Im Radikanten 16 ausklammern

$$\sqrt[8]{x-4} + \sqrt[4]{16(x-4)} - 3 = 0$$

| Wurzelexponent erweitern

$$\sqrt[8]{x-4} + \left(\sqrt[2]{\sqrt[4]{16(x-4)}} \right)^2 - 3 = 0$$

| Doppelwurzeln zusammenfassen

$$\sqrt[8]{x-4} + \left(\sqrt[8]{16(x-4)} \right)^2 - 3 = 0$$

| Wurzelgesetz anwenden:
Wurzel eines Produktes

$$\sqrt[8]{x-4} + \left(\sqrt[8]{16} \sqrt[8]{x-4} \right)^2 - 3 = 0$$

| Potenzgesetz anwenden:
Potenz eines Produktes

$$\sqrt[8]{x-4} + \left(\sqrt[8]{16} \right)^2 \left(\sqrt[8]{x-4} \right)^2 - 3 = 0$$

| Wurzelexponent kürzen

$$\sqrt[8]{x-4} + \sqrt[4]{16} \left(\sqrt[8]{x-4} \right)^2 - 3 = 0$$

| Wurzel berechnen

$$\sqrt[8]{x-4} + 2 \left(\sqrt[8]{x-4} \right)^2 - 3 = 0$$

| Substitution $z = \sqrt[8]{x-4}$

$$z + 2z^2 - 3 = 0$$

| umstellen

$$2z^2 + z - 3 = 0$$

| Dies ist eine quadratische Gleichung

Quadratische Gleichung lösen

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2}$$

$$z_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2 \cdot 2}$$

$$z_{1,2} = 1 \vee -\frac{3}{2}$$

Rücksubstitution $z=1=\sqrt[8]{x-4}$

$$\sqrt[8]{x-4} = 1$$

$$x-4 = 1$$

$$x = 5$$

Rücksubstitution $z = -\frac{3}{2} = \sqrt[8]{x-4}$

$$\sqrt[8]{x-4} = -\frac{3}{2}$$

Da eine Wurzel immer positiv ist, aber auf der rechten Seite eine negative Zahl steht, hat die Gleichung keine Lösung.

Probe für $x = 5$

$$\sqrt[8]{5-4} + \sqrt[4]{16 \cdot 5 - 64} - 3 = 0$$

$$\sqrt[8]{1} + \sqrt[4]{16} - 3 = 0$$

$$1 + 2 - 3 = 0$$

$$0 = 0 \text{ WAHRE AUSSAGE}$$

$$\text{Lösungsmenge } L = \{5\}$$

Übungen zum Kurs Wurzelgleichungen

Lösung zu 12d

$$\sqrt[2]{x+3} + \sqrt[8]{x^2 + 6x + 9} - 2 = 0 \quad | \text{ Radikant der rechten Wurzel}$$

$$\sqrt[2]{x+3} + \sqrt[8]{(x+3)^2} - 2 = 0 \quad | \text{ Wurzelexponent kürzen}$$

$$\sqrt[2]{x+3} + \sqrt[4]{x+3} - 2 = 0 \quad | \text{ Wurzelexponent erweitern}$$

$$\left(\sqrt[4]{x+3}\right)^2 + \sqrt[4]{x+3} - 2 = 0 \quad | \text{ Substitution } z = \sqrt[4]{x+3}$$

$$z^2 + z - 2 = 0 \quad | \text{ Dies ist eine reinquadratische Gleichung}$$

Quadratische Gleichung lösen

$$z_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - (-2)}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$$

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$z_{1,2} = 1 \vee -2$$

Rücksubstitution $z = 1 = \sqrt[4]{x+3}$

$$\sqrt[4]{x+3} = 1$$

$$x+3 = 1$$

$$x = -2$$

Probe für $x = -2$

$$\sqrt[2]{-2+3} + \sqrt[8]{(-2)^2 + 6 \cdot (-2) + 9} - 2 = 0$$

$$\sqrt[2]{1} + \sqrt[8]{1} - 2 = 0$$

$$1 + 1 - 2 = 0$$

$$0 = 0 \text{ WAHRE AUSSAGE}$$

Lösungsmenge

 $L = \{-2\}$

Rücksubstitution $z = -2 = \sqrt[4]{x+3}$

$$\sqrt[4]{x+3} = -2$$

Da eine Wurzel immer positiv ist, aber auf der rechten Seite eine negative Zahl steht, hat die Gleichung keine Lösung.